Departamento de Matemática Aplicada

VR de Cálculo II - B

Turma E1 - 19/03/2013

Prof. Maria João Resende

Questão	Valor	Nota
1ª	2,5	
2ª	2,5	
3ª	2,5	
4ª	2,5	
Total	**10**	

Nome: ______________________________________

Instruções: Não é permitido sair da sala durante a prova. Não é permitido o uso de calculadora. O celular deve estar desligado e guardado.
Cada resposta deverá ter devidamente identificado o número da questão à qual se refere.
As respostas sem uma justificação correta serão desconsideradas.

1. Seja $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ a função definida por $f(x,y) = \begin{cases} \dfrac{x^3y}{x^4+y^2} & \text{se } (x,y) \neq (0,0) \\ 0 & \text{se } (x,y) = (0,0) \end{cases}$.
   (a) Calcule $\frac{\partial f}{\partial \overrightarrow{u}}(0,0)$, onde $\overrightarrow{u}$ é um vetor unitário qualquer.
   (b) Mostre que a função f não é diferenciável no ponto $(0,0)$.

2. Considere a função $f(x,y,z) = (\sqrt{z}, \sqrt[3]{y}, \sqrt[4]{x})$. Seja $G : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^3$ uma função de classe C^1 e seja H a função definida por $H = f \circ G$. Sabendo que $G(2,3) = (16,8,1)$ e que a $DG(2,3)$ é uma das seguintes matrizes $\begin{pmatrix} 2 & 5 \\ 3 & 1 \\ 0 & 4 \end{pmatrix}$ ou $\begin{pmatrix} 2 & 5 & 0 \\ 3 & 1 & 4 \\ 0 & 4 & 3 \end{pmatrix}$.
   (a) Calcule $DH(2,3)$.
   (b) Usando função afim, calcule aproximadamente o vetor $\left(\sqrt{0,99}, \sqrt[3]{8,02}, \sqrt[4]{16,01}\right)$.

3. Considere a função vetorial $F(x,y) = (4 - 2x + 3y, x^2)$ definida no conjunto $A = \left\{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : 4x^2 + 9y^2 \leq 36\right\}$.
   (a) Determine a imagem da função F.
   (b) Determine em que pontos podemos garantir que a função F admite inversa local.

4. Considere a função $G : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}$ definida por $G(x,y,z) = \operatorname{sen}(xy) + \operatorname{sen}(yz) + \operatorname{sen}(xz)$ e o conjunto $B = \{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3 : G(x,y,z) = 1\}$.
   (a) Mostre que, numa vizinhança do ponto $(1, \pi/2, 0)$, o conjunto B é o gráfico de uma função $f : A \to \mathbb{R}$, em que A é um conjunto aberto em $\mathbb{R}^2$, ou seja, uma das variáveis é função das outras duas.
   (b) Determine o plano tangente ao gráfico de f no ponto $(1, \pi/2, 0)$.