



Departamento de Matemática Aplicada
VR de Cálculo II - B
2013-1 - Turma F1 - 08/08/2013
Prof. Maria João Resende

Nome: _____

Questão	Valor	Nota
1ª	2,5	
2ª	1,5	
3ª	1,5	
4ª	2,5	
5ª	2,0	
Total	10,0	

Instruções: Não é permitido sair da sala durante a prova. Não é permitido o uso de calculadora. O celular deve estar desligado e guardado. Cada resposta deverá ter devidamente identificado o número da questão à qual se refere. As respostas sem uma justificação correta serão desconsideradas.

1. Considere a função $f(x, y) = \frac{x}{x-y+1}$.
 - (a) Determine a equação da reta tangente à curva de nível que passa no ponto $(1, 1)$.
 - (b) Estude a existência de limite de f no ponto $(0, 1)$.
 - (c) Determine as direções, segundo as quais a taxa de variação de f em $(1, 1)$ atinge metade do seu valor máximo.
2. A função $f(x, y) = \begin{cases} \frac{x|x|}{\sqrt{x^2 + y^2}} & \text{se } (x, y) \neq (0, 0) \\ 0 & \text{se } (x, y) = (0, 0) \end{cases}$ é diferenciável no ponto $(0, 0)$?
3. Encontre o(s) ponto(s) sobre a superfície $xyz = 1$ mais próximo(s) da origem.
4. Considere as funções $f: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ e $G: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ definidas por
$$f(x, y) = e^{x+y} \cos(y) \quad e \quad G(x, y) = (f(x, y), x(y^2 + 1)).$$
 - (a) Utilizando polinômio de Taylor de ordem 2 determine um valor aproximado de $z = e^{0,03} \cos(0,01)$.
 - (b) Mostre que existe uma vizinhança U de $(0, 0)$ tal que a função G admite inversa restrita a U .
 - (c) Determine a função afim que melhor aproxima $G^{-1}(1, 0)$.
5. Seja $F(x, y, z) = g(x^2 + y^2 + z^2)$ onde g é uma função de classe C^1 com derivada não nula em \mathbb{R} .
 - (a) Supondo que $g(1) = 0$, verifique que a equação $F(x, y, z) = 0$ define, uma função implícita $z = h(x, y)$, numa vizinhança do ponto $(0, 0, 1)$.
 - (b) Determine o plano tangente ao gráfico de h que passa no ponto $(0, 0, h(0, 0))$.