



Departamento de Matemática Aplicada
VR de Cálculo II - B
2013-2 - Turma F1 - 12/12/2013
Prof. Maria João Resende

Nome: _____

Questão	Valor	Nota
1ª	3,0	
2ª	2,0	
3ª	1,5	
4ª	2,0	
5ª	1,5	
Total	10,0	

Instruções: Não é permitido sair da sala durante a prova. Não é permitido o uso de calculadora. O celular deve estar desligado e guardado. Cada resposta deverá ter devidamente identificado o número da questão à qual se refere. As respostas sem uma justificacão correta serão desconsideradas.

1. Diga se as afirmações abaixo são verdadeiras ou falsas. Justifique as suas respostas.

- (a) As curvas de nível da função $f(x, y) = \ln(e^{x+y} - 1)$ são retas paralelas à reta $x + y = 1$.
- (b) O gráfico da função $f(x, y) = x^2 + y^2$ coincide com o conjunto de nível 5 da função $g(x, y, z) = x^2 + y^2 + 5$.
- (c) A função $F(x, y) = (x^3, y^5)$ admite inversa local numa vizinhança do ponto $(0, 0)$.

2. Calcule (caso exista) ou mostre que não existe cada um dos seguintes limites:

(a) $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{3x^4y^4}{(x^4 + y^2)^3}$ (b) $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{x^2 \operatorname{sen}(\sqrt{x^2 + y})}{\sqrt{x^4 + y^2}}$

3. Calcule a derivada direcional da função $f(x, y) = \begin{cases} \frac{xy^2}{x^2+y^2} & \text{se } (x, y) \neq (0, 0) \\ 0 & \text{se } (x, y) = (0, 0) \end{cases}$ no ponto $(0, 0)$ na direção normal à circunferência $(x - 1)^2 + (y - 1)^2 = 2$ no ponto $(0, 0)$.

4. Seja f uma função real de classe C^1 tal que $f(2, 2, 1) = 5$ e $Df(2, 2, 1) = (2, 3, -2)$.

- (a) Determine a equação do plano tangente à superfície de nível de f que passa no ponto $(2, 2, 1)$.
- (b) Usando aproximação afim, calcule um valor aproximado de $f(1.99, 2.03, 1.02)$.

5. Seja $g(u, v) = f(x, y)$, onde f é uma função real diferenciável tal que $x \frac{\partial f}{\partial x} = y \frac{\partial f}{\partial y}$.

Supondo que x e y são definidas implicitamente por $\begin{cases} u = x^2 + y^2 \\ v = xy \end{cases}$, calcule $\frac{\partial g}{\partial u}$.