Departamento de Matemática Aplicada

VR de Cálculo II - B

Turma D1 - 07/12/2010

Prof. Maria João Resende

Nome Completo: ____

Instruções: A prova vale 10 pontos e tem duração de 1h50min.
Não é permitido sair da sala durante a prova nem o uso de qualquer material eletrônico.
A resolução da prova deve ser realizada na(s) folha(s) de papel anexa(s) e cada resposta deverá ter devidamente identificado o número da questão à qual se refere.
As respostas sem uma justificação correta serão desconsideradas.

1. (**2,5 pts**) Considere a função f definida por

$$f(x,y) = \begin{cases} \dfrac{2xy}{x+y} & \text{se } x+y \neq 0 \\ 0 & \text{se } x+y = 0 \end{cases}$$

   (a) Mostre que f possui derivadas parciais em $(0,0)$.

   (b) Calcule a derivada direcional $\frac{\partial f}{\partial \vec{v}}(0,0)$ com $\vec{v} = (1,1)$. Que pode concluir quanto à diferenciabilidade de f no ponto $(0,0)$?

2. (**2,0 pts**) Sejam $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^3$ uma função definida por $f(x,y) = (x^3+y, e^x y, 2+xy)$ e g uma função real tal que $g(1,1,2) = 9$ e $\nabla g(1,1,2) = (1,1,12)$. Determine a equação do plano tangente ao gráfico de $h = g \circ f$ no ponto $(0,1,h(0,1))$.

3. (**3,0 pts**) Considere a equação $xy - e^z + (y+z)^2 = 3$.

   (a) Mostre que a equação dada define z como função implícita de x e y numa vizinhança do ponto $(3,1,0)$.

   (b) Calcule $\frac{\partial z}{\partial x}(3,1)$, $\frac{\partial z}{\partial y}(3,1)$ e $\frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y}(3,1)$.

4. (**2,5 pts**) Determine e classifique os extremos da função f definida por $f(x,y,z) = x - 2y + 2z$ restrita ao conjunto $D = \{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3 : x^2+y^2+z^2 \leq 1\}$.