

Nome Completo: _____

Instruções: A prova vale 10 pontos e tem duração de 1h50min.
Não é permitido sair da sala durante a prova nem o uso de qualquer material eletrônico.
A resolução da prova deve ser realizada na(s) folha(s) de papel anexa(s) e cada resposta deverá ter devidamente identificado o número da questão à qual se refere.
As respostas sem uma justificativa correta serão desconsideradas.

1. **(3,0 pts)** Considere a função:

$$f(x, y) = \begin{cases} \frac{x^4}{x^2 + (y-1)^2} & \text{se } (x, y) \neq (0, 1) \\ 0 & \text{se } (x, y) = (0, 1) \end{cases}$$

- (a) Mostre que f é diferenciável em $(0, 1)$.
(b) Determine a reta normal ao gráfico de f no ponto $(1, 2, f(1, 2))$.

2. **(2,5 pts)** Considere a função $f(x, y, z) = e^x yz$ e seja $g : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^3$ uma função de classe C^1 tal que $g(0, 0) = (0, 1, 2)$ e

$$Dg(0, 0) = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

Calcule a derivada direcional $\frac{\partial(f \circ g)}{\partial \vec{v}}(0, 0)$ em que $\vec{v} = (1, 2)$.

3. **(2,5 pts)** Considere a função $f : A \rightarrow \mathbb{R}$, com $A = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : xy > 0 \text{ e } 2x \neq y\}$, definida por:

$$f(x, y) = \left(\log(xy), \frac{1}{2x - y} \right).$$

- (a) Mostre que f admite inversa numa vizinhança de qualquer $(x, y) \in A$.
(b) Sabendo que $f(1, 1) = (0, 1)$ determine a matriz Jacobiana da função f^{-1} no ponto $(0, 1)$.

4. **(2,0 pts)** Determine e classifique os extremos locais (caso existam) da função $f(x, y) = x^2 + y^2 - 2x - 4y$. A função f admite extremos globais?