



Departamento de Matemática Aplicada
VR de Cálculo III - A
Turma E1 - 19/03/2013
Prof. Maria João Resende

Questão	Valor	Nota
1ª	2,0	
2ª	2,0	
3ª	2,0	
4ª	2,0	
5ª	2,0	
Total	10	

Nome: _____

Instruções: Não é permitido sair da sala durante a prova nem o uso de qualquer material eletrônico.

Cada resposta deverá ter devidamente identificado o número da questão à qual se refere. As respostas sem uma justificação correta serão desconsideradas.

1. Considere o sólido W delimitado superiormente pela esfera $x^2 + y^2 + z^2 = 2z$ e inferiormente pelo cone $z = \sqrt{x^2 + y^2}$. Escreva a expressão do volume de W usando:
(a) coordenadas cilíndricas;
(b) coordenadas esféricas.
2. Seja $\vec{F}(x, y) = (2e^y \sin(x) \cos(x) - 3x^2y, e^y \sin^2(x) - x^3 - x)$. Calcule o trabalho realizado por \vec{F} ao longo da curva \mathcal{C} percorrida no sentido horário, sendo \mathcal{C} a fronteira do conjunto $D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x^2 + y^2 \leq 4 \text{ e } y \geq 1\}$.
3. Seja $\vec{F}(x, y) = \left(e^x \sin(y) + \frac{x}{x^2 + y^2}, e^x \cos(y) + \frac{y}{x^2 + y^2} \right)$. Mostre que o valor da integral do campo \vec{F} ao longo de qualquer curva fechada \mathcal{C} que não passe pelo ponto $(0, 0)$ é zero.
4. Calcule $\int_{\mathcal{C}} \vec{F} \cdot d\vec{r}$, sendo $\vec{F}(x, y, z) = (-y, x, f(x, y, z))$, onde f é uma função de classe C^1 tal que $\frac{\partial f}{\partial x}(x, y, z) = -3$, e \mathcal{C} é a interseção da superfície $x^2 + y^2 = 1$ com o plano $z - y = 2$, orientada no sentido horário quando vista de cima.
5. Calcule $\iint_S \vec{F} \cdot \vec{n} \, dS$, onde $\vec{F}(x, y, z) = \left(e^x y, e^z - \frac{1}{2} e^x y^2, 4z \right)$ e a superfície $S = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : z^2 = x^2 + y^2, 0 \leq z \leq 1\}$ está orientada pelo vetor normal unitário \vec{n} com terceira coordenada positiva.