Universidade Federal Fluminense

Departamento de Matemática Aplicada

VS de Cálculo Diferencial e Integral Aplicado II

Turma C1 - 08/07/2011

Prof. Maria João Resende

Nome Completo: ____

Instruções: A prova vale 10 pontos e tem duração de 1h45min.
Não é permitido sair da sala durante a prova nem o uso de qualquer material eletrônico.
A resolução da prova deve ser realizada na(s) folha(s) de papel anexa(s) e cada resposta deverá ter devidamente identificado o número da questão à qual se refere.
As respostas sem uma justificação correta serão desconsideradas.

1. (**2,0pts**) Calcule as seguintes integrais:

   (a) $\displaystyle\int \frac{\cos(x)}{\operatorname{sen}^2(x) + \operatorname{sen}(x) - 6}\,dx$ (b) $\displaystyle\int \frac{e^x}{\sqrt{e^{2x}+9}}\,dx$

2. (**1,5 pts**) A área sob a curva $y = x^{-2}\ln x$, de $x = 1$ a $x = +\infty$ é finita? Se for, qual é o seu valor?

3. (**2,0 pts**) Considere a função $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ definida por:
$$f(x,y) = \begin{cases} \dfrac{xy}{x^2+y^2} & \text{se} \quad (x,y) \neq (0,0) \\ 0 & \text{se} \quad (x,y) = (0,0) \end{cases}$$
   (a) Mostre que f não é contínua no ponto $(0,0)$.

   (b) Calcule $\dfrac{\partial f}{\partial \overrightarrow{u}}(0,0)$, onde $\overrightarrow{u} = (a,b)$ é um vetor unitário.

4. (**2,0 pts**) Considere a superfície $S = \{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3 : x^2 + 2y^2 + 4z^2 = 1\}$.

   (a) Determine a equação do espaço tangente a S no ponto $(\frac{1}{2}, \frac{1}{2}, \frac{1}{4})$.

   (b) Mostre que $x^2+2y^2+4z^2 = 1$ define implicitamente $x = g(y,z)$ numa vizinhança do ponto $(\frac{1}{2}, \frac{1}{2}, \frac{1}{4})$ e calcule $\nabla g(\frac{1}{2}, \frac{1}{4})$.

5. (**2,5 pts**) Considere a integral $\displaystyle\iiint_S 6 + 4y\,dx\,dy\,dz$, onde S é a região no primeiro octante limitada pelo cone $z = \sqrt{x^2+y^2}$, pelo cilindro $x^2+y^2 = 1$ e pelos planos coordenados.

   (a) Escreva a integral em coordenadas cartesianas, cilíndricas e esféricas.

   (b) Calcule a integral.