

Nome Completo: \_\_\_\_\_

**Instruções:** A prova vale 10 pontos e tem duração de 1h45min.

Não é permitido sair da sala durante a prova nem o uso de qualquer material eletrônico.

A resolução da prova deve ser realizada na(s) folha(s) de papel anexa(s) e cada resposta deverá ter devidamente identificado o número da questão à qual se refere.

As respostas sem uma justificativa correta serão desconsideradas.

1. **(2,0pts)** Calcule as seguintes integrais:

(a)  $\int \frac{1}{x^2\sqrt{x^2+4}} dx$

(b)  $\int 2x \arctan(x) dx$

2. **(2,0pts)** Determine o volume do sólido de revolução obtido ao rodar a região delimitada pela curva  $y = 4 - x^2$  e pela reta  $y = 2 - x$  em volta do eixo  $x$ .

3. **(1,5pt)** Considere a equação  $x - z = \arctan(yz)$ .

(a) Mostre que a equação define uma função implícita  $z = f(x, y)$  numa vizinhança do ponto  $(0, 0, 0)$ .

(b) Determine  $\frac{\partial z}{\partial x}(x, y)$ .

4. **(1,5pt)** Suponha que a integral de uma função  $f$  sobre uma região  $R$  no plano, é dada em coordenadas polares por  $\int_0^3 \int_0^{\frac{\pi}{2}} \rho^2 d\theta d\rho$ .

(a) Faça um esboço da região de integração e escreva a integral em coordenadas cartesianas.

(b) Calcule a integral.

5. **(2,0pts)** Calcule o volume do elipsóide

$$E = \left\{ (x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : \frac{(x-1)^2}{4} + \frac{y^2}{9} + (z-1)^2 \leq 1 \right\}.$$

6. **(1,0pt)** Seja  $f(x, y) = x^2 - 4x + y^2 - 4y + 16$ . Determine e classifique os pontos críticos de  $f$  (local e globalmente).