

Nome Completo: _____

Instruções: A prova vale 10 pontos e tem duração de 1h50min.

Não é permitido sair da sala durante a prova nem o uso de qualquer material eletrônico.

A resolução da prova deve ser realizada na(s) folha(s) de papel anexa(s) e cada resposta deverá ter devidamente identificado o número da questão à qual se refere.

As respostas sem uma justificativa correta serão desconsideradas.

1. Considere a função definida em \mathbb{R} por $f(x) = \frac{x}{x^2+3}$.
 - (a) **(1,0pt)** Determine os intervalos de crescimento e decrescimento de f . Indique, se existirem, os pontos de máximo e de mínimo locais de f .
 - (b) **(1,0pt)** Estude a função f quanto à concavidade e indique, se existirem, os pontos de inflexão.
 - (c) **(1,0pt)** Faça um esboço do gráfico de f , tendo em conta: os itens anteriores e as suas assíntotas (verticais e horizontais) caso existam.

2. **(2,0pt)** Calcule a derivada das seguintes funções:

(a) $f(x) = [\ln(x^2 + 1)]^{\sin(\cos(x))}$ (b) $g(x) = \frac{\ln(\cosh(x))}{e^{\tan(x^3)}}$

3. **(2,0pts)** Considere uma função f definida em \mathbb{R} tal que $|f(x) + \sin(x)| \leq \sinh^2(x)$, para todo $x \in \mathbb{R}$. Calcule $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{f(x)}{x}$.

4. **(1,5pts)** Prove que:

(a) $e^x > 1 + x$ para todo $x > 0$; (b) $e^x > 1 + x + \frac{x^2}{2}$ para todo $x > 0$.

5. **(1,5pts)** Um pôster deve ter uma área de 180 cm^2 com uma borda de 1 cm na base e nos lados, e uma borda de 2 cm em cima. Que dimensões darão a maior área impressa?