



Departamento de Matemática Aplicada
VS de Cálculo II - B
Turma E1 - 26/03/2013
Prof. Maria João Resende

Questão	Valor	Nota
1ª	2,5	
2ª	2,5	
3ª	2,5	
4ª	2,5	
Total	10	

Nome: _____

Instruções: Não é permitido sair da sala durante a prova nem o uso de qualquer material eletrônico.

Cada resposta deverá ter devidamente identificado o número da questão à qual se refere. As respostas sem uma justificativa correta serão desconsideradas.

- Seja $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ a função definida por $f(x, y) = \begin{cases} \frac{xy\sqrt{x^2 + y^2}}{x^2 + y^2} & \text{se } (x, y) \neq (0, 0) \\ 0 & \text{se } (x, y) = (0, 0) \end{cases}$.
 - Mostre que a curva de nível de f que passa no ponto $(1, 1)$ está contida na curva de equação $x^2 + y^2 = 2x^2y^2$.
 - No ponto $(0, 0)$ quais as direções em que a função f é constante?
 - A função f é diferenciável em $(0, 0)$? Por quê?
- Um disco circular tem a forma da região $x^2 + y^2 \leq 1$. Suponha que a temperatura T em qualquer ponto do disco é dada por $T(x, y) = 2x^2 + y^2 - y$.
 - Encontre os pontos mais quentes e mais frios do disco.
 - Se x e y são medidos em km e a temperatura T em $^\circ C$, de quanto a temperatura se elevará aproximadamente, caso um indivíduo caminhe $0,01km$ na direção de maior crescimento da temperatura, partindo do ponto $(1/4, 0)$.
- Considere a superfície $S = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : xyz + e^x - \text{sen}(y) = 1\}$.
 - Determine a equação do plano tangente a S no ponto $(0, 0, 0)$.
 - Mostre que numa vizinhança do ponto $(0, 0, 0)$ podemos descrever localmente S como o gráfico de uma função f de classe C^1 e calcule $Df(0, 0)$.
- Sejam $F(x, y) = (x^2 - y^2, 2xy)$ uma função definida em \mathbb{R}^2 e $w = G(u, v)$ uma função diferenciável tal que $\frac{\partial G}{\partial u}(1, 2) = 3$, $\frac{\partial G}{\partial v}(1, 2) = 5$, $\frac{\partial G}{\partial u}(-3, 4) = 2$, $\frac{\partial G}{\partial v}(-3, 4) = -1$.
 - A função F é injetiva?
 - Mostre que, para todo ponto X_0 , exceto $X_0 = (0, 0)$, a restrição de F a algum conjunto aberto contendo X_0 tem uma inversa.
 - Se F^{-1} é a inversa de F numa vizinhança do ponto $X_0 = (1, 2)$, determine $D(G \circ F^{-1})(F(1, 2))$.