Questão	Valor	Nota
1ª	1,5	
2ª	2,5	
3ª	2,0	
4ª	2,0	
5ª	2,0	
Total	**10**	

Universidade Federal Fluminense

Departamento de Matemática Aplicada

VS de Cálculo II - B

2013-1 - Turma F1 - 13/08/2013

Prof. Maria João Resende

Nome: ____

Instruções: Não é permitido sair da sala durante a prova. Não é permitido o uso de calculadora. O celular deve estar desligado e guardado.
Cada resposta deverá ter devidamente identificado o número da questão à qual se refere.
As respostas sem uma justificação correta serão desconsideradas.

1. Calcule (caso exista) ou mostre que não existe $\displaystyle\lim_{(x,y)\to(2,1)} \frac{xy-(x+2y)+2}{(x-2)^2+(y-1)^2}$.

2. Considere a função $f(x,y) = \begin{cases} \dfrac{y^5}{5x^2+y^4} & \text{se } (x,y) \neq (0,0) \\ 0 & \text{se } (x,y) = (0,0) \end{cases}$

   (a) Estude a diferenciabilidade de f no ponto $(0,0)$.

   (b) Calcule $\frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y}(0,0)$ e $\frac{\partial^2 f}{\partial y \partial x}(0,0)$.

   (c) Determine as direções, segundo as quais a taxa de variação de f no ponto $(0,1)$ atinge metade do seu valor mínimo.

3. Suponha que $f(u,v,w)$ seja uma função diferenciável em $P_0 = (0,0,0)$ e $P_1 = (1,1,1)$ tal que:
$$f(P_0) = 1, \quad \tfrac{\partial f}{\partial u}(P_0) = 6, \quad \tfrac{\partial f}{\partial v}(P_0) = 4, \quad \tfrac{\partial f}{\partial w}(P_0) = 3,$$
$$f(P_1) = 2, \quad \tfrac{\partial f}{\partial u}(P_1) = 5, \quad \tfrac{\partial f}{\partial v}(P_1) = 7, \quad \tfrac{\partial f}{\partial w}(P_1) = 2.$$

   (a) Determine a equação do plano tangente à superfície de nível de f que passa no ponto $(1,1,1)$. Justifique a sua resposta.

   (b) Determine a equação da reta normal ao gráfico de g no ponto $(1,1,g(1,1))$, sendo $g(x,y) = f(x-y, x^2-1, 3y-3)$.

4. Determine o máximo e o mínimo da função $f(x,y) = x^2 - y^2$ restrita ao conjunto
$$D = \left\{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : 1 \leq x^2 + y^2 \leq 4\right\}.$$

5. Considere o sistema $\begin{cases} 2e^x - ve^{y-1} - u = -3 \\ y\cos(x) + 2\ln(u-v) = 1 \end{cases}$

   (a) Mostre que o sistema define implicitamente uma função diferenciável $(u,v) = G(x,y)$ numa vizinhança do ponto $(x,y,u,v) = (0,1,3,2)$.

   (b) Mostre que a função G (definida no item (a)) admite inversa numa vizinhança do ponto $(x,y) = (0,1)$.