Universidade Federal Fluminense

Departamento de Matemática Aplicada
VS de Cálculo II - B
Turma F1 - 14/12/2010
Prof. Maria João Resende

Nome Completo: ____

Instruções: A prova vale 10 pontos e tem duração de 1h50min.
Não é permitido sair da sala durante a prova nem o uso de qualquer material eletrônico.
A resolução da prova deve ser realizada na(s) folha(s) de papel anexa(s) e cada resposta deverá ter devidamente identificado o número da questão à qual se refere.
As respostas sem uma justificação correta serão desconsideradas.

1. (**2,5 pts**) Considere a função $f(x,y) = \frac{x}{x-y+1}$.
   (a) Estude a existência de limite de f no ponto $(0,1)$.
   (b) Indique as direções, segundo as quais a taxa de variação de f em $(1,1)$ atinge metade do seu valor máximo.

2. (**3,5 pts**) Considere o conjunto $S = \left\{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3 : y^2 + (\sqrt{x^2+z^2} - 2)^2 = 1\right\}$.
   (a) Verifique se o vetor $\left(-5, -\frac{1}{\sqrt{3}}, 5\right)$ pertence ou não ao espaço tangente a S no ponto $\left(\frac{3}{2}, \frac{\sqrt{3}}{2}, 2\right)$.
   (b) Em que pontos podemos garantir que S é descrito localmente pelo gráfico de uma função de classe C^1, da forma $x = h(y,z)$?

3. (**2,0 pts**) Sejam $f(x,y,z)$ e $g(x,y)$ funções diferenciáveis tais que para todo (x,y) no domínio de g vale que $f(x,y,g(x,y)) = 0$. Determine o vetor gradiente de g no ponto $(1,1)$ sabendo que:

$$\frac{\partial f}{\partial x}(1,1,g(1,1)) = 2, \quad \frac{\partial f}{\partial y}(1,1,g(1,1)) = 5, \quad \frac{\partial f}{\partial z}(1,1,g(1,1)) = 10.$$

4. (**2,0 pts**) Considere a função real definida por $f(x,y) = \sqrt{2x+5y}$.
   (a) Calcule o polinômio de Taylor, $P_1(x,y)$, de ordem 1 da função f, em volta do ponto $(3,2)$.
   (b) Use o polinômio $P_1(x,y)$ para calcular uma aproximação de $f(3.25, 2.1) = \sqrt{17}$.