1. Determine o raio de convergência das seguintes séries de potências:
$$\sum_{k=0}^{\infty} e^k x^k, \quad \sum_{k=0}^{\infty} k(x-1)^k, \quad \sum_{k=0}^{\infty} \frac{1}{(2k)!}(x-10)^k, \quad \sum_{k=0}^{\infty} k!x^k$$

2. Mostre que as séries de Taylor de $f(x) = \frac{1}{1+x}$, de $\int_0^x f(t)dt$ e de $\frac{df}{dx}(x)$ ao redor de $x = 0$ convergem absolutamente num mesmo intervalo $(-R, R)$. Determine o $R > 0$ máximo.

3. Mostre que se $\sum_{k=0}^{\infty} a_n(x-a)^n$ possui raio de convergência $R > 0$ a função $F(x)$ definida pela soma da série para $|x - a| < R$ é analítica em qualquer b tal que $|b - a| < R$ (isto é prove que F é representada por uma série de potências centrada em b com raio de convergência não nulo).
   Determine a série de potências de F em $b = 1/4$ quando $a_n = \pi^n$ e $a = 0$.

4. Determine a série de Taylor e o seu raio de convergência para
   (a) $f(x) = x^3 + 2x^2 - 1$ ao redor de $a = 5$
   (b) $f(x) = \cos x$ ao redor do ponto $a = 0$
   (c) $f(x) = \cos x$ ao redor do ponto $a = \pi$
   (d) $f(x) = \frac{x+3}{x-3}$ ao redor de $a = -2$
   (e) $f(x) = \operatorname{sen}^2(x)$ ao redor de $a = 0$
   (f) $f(x) = x^2 e^{(x+1)^3}$ ao redor de $a = -1$
   (g) $f(x) = \ln\left(\frac{1+x}{1-x}\right)$ ao redor de $a = 0$
   (h) $f(x) = \cos(x) - x\operatorname{sen}(x)$ ao redor de $a = 0$
   (i) $f(x) = \int_e^x ln(t)dt$ ao redor de $a = e$.
   (j) $f(x) = \int_0^x e^{-t^2} dt$ ao redor de $a = 0$.
   (k) $f(x) = \int_0^x \frac{\operatorname{sen}(t)}{t} dt$ ao redor de $a = 0$.
   (l) A solução f de $f' = sen(x)$ tal que $f(0) = 0$.

5. A função
$$f(x) = \frac{1 - e^{-x^2}}{4x}$$
definida para $x \neq 0$ admite extensão analítica ao ponto $a = 0$?

Solution: 1.$e^{-1}, 1, \infty, 0$ 2. $R = 1$ 3. $(4/3\pi)\sum_{n\geq 0}(4/3(x - 1/4))^n$
4. Nos casos em que não é explicitado o raio ele tem o valor ∞.
(a) $174 + 95(x-5) + 17(x-5)^2 + (x-5)^3$
(b)$\sum_{k\geq 0} \frac{(-1)^k}{(2k)!} x^{2k}$
(c) $\sum_{k\geq 0} \frac{(-1)^{k+1}}{(2k)!}(x-\pi)^{2k}$
(d) $-1/5 - 6\sum_{k\geq 1} \frac{1}{5^{k+1}}(x+2)^k$, $R = 5$
(e)$2\sum_{k\geq 0} \frac{(-1)^k}{(2k+2))!} x^{2k+2}$, $R = \infty$
(f) $\sum_{k\geq 0} \frac{1}{k!}((x+1)^{3k} - 2(x+1)^{3k+1} + (x+1)^{3k+2})$, $R = \infty$
(g) $-2\sum_{k\geq 2} \frac{x^{2k}}{2k}$, $R = 1$;
(h) $1+\sum_{k\geq 1} \frac{(-1)^k(1-2k)}{(2k)!} x^{2k}$
(i) $(x-e) + \sum_{k\geq 0} \frac{(-1)^k}{e^{k+1}(k+1)(k+2)}(x-e)^{k+2}$, $R = e$.
(j) $\sum_{k\geq 0} \frac{1}{k!(2k+1)} x^{2k}$
(k)$\sum_{k\geq 0} \frac{(-1)^k}{(2k+1)!(2k+1)} x^{2k+1}$
(l) $f(x) = \cos(x) - 1$ e usar (b). 5. Sim.