Universidade Federal Fluminense

Departamento de Matemática Aplicada
1ª VE de Equações Diferenciais
2018-1 - 08/05/2018 - Turma C1
Prof. Maria João Resende
Duração da prova: 1h40min

Questão	Valor	Nota
1ª	3,0	
2ª	2,0	
3ª	2,0	
4ª	3,0	
Total	**10**	

Nome: _____

Instruções: Não é permitido sair da sala durante a prova. Não é permitido o uso de calculadora. O celular deve estar desligado e guardado.
As respostas sem uma justificativa correta serão desconsideradas.

1. Determine se as séries abaixo são convergentes ou digerventes:

   (a) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^{n-1}\frac{n^2}{\sqrt{n}+n^2}$

   (b) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty}\frac{n+5}{\sqrt[3]{2n^7-n^2}}$

   (c) $\displaystyle\sum_{n=2}^{\infty}\frac{1}{n(\ln n)^3}$

2. Considere a função $J_0(x)=\displaystyle\sum_{n=0}^{\infty}\frac{(-1)^n x^{2n}}{2^{2n}(n!)^2}$.

   (a) Determine o domínio da função J_0.

   (b) Mostre que J_0 é solução da equação de Bessel de ordem zero:
   $$x^2J_0''(x)+xJ_0'(x)+x^2J_0(x)=0.$$

3. Escreva $\displaystyle\int\frac{\arctan x}{x}\,dx$ como série de potências em torno de $x=0$. Qual o seu raio de convergência?

4. Considere a equação $(x^2-1)y''+4xy'+2y=0$.

   (a) Determine os pontos singulares da equação e classifique-os.

   (b) Classifique o ponto $x_0=0$.

   (c) Determine a solução geral da equação, em torno do ponto $x_0=0$, indicando o termo geral das soluções dadas em séries.

   (d) Mostre que a equação admite soluções que são funções racionais (ou seja, quociente de polinômios).