

Nome: _____ Turma: _____

Questão	1	2	3	4	5	6	Total
Pontuação							
Máximo	15	12	20	23	15	15	100

- Por favor escrever as respostas claramente, de forma legível.
- Nos problemas 1, 3, 5 e 6 respostas sem justificativas não serão consideradas.

1. Sejam $a, b > 0$ constantes. Calcule o centro de massa de um arame fino entortado no arco de circunferência dado por $x^2 + y^2 = a^2$ e $y \geq 0$ cuja densidade de massa é constante e igual a b .
2. Seja $D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid 16x^2 + y^2 \leq 16, y \geq 0\}$. Determine se cada integral abaixo é positiva, zero ou negativa (**não é necessário justificar**):

$$(i) \iint_D y \, dA \quad , \quad (ii) \iint_D x^3 \, dA \quad e \quad (iii) \iint_D y - 2 \, dA.$$

3. Calcule o volume do sólido W acima do cone $z = \sqrt{x^2 + y^2}$ e abaixo da esfera $x^2 + y^2 + z^2 = 4$.
4. Preencha as lacunas com as expressões corretas (**não é necessário justificar**):

(a) Trocando a ordem de integração:

$$\int_{-1}^1 \int_{x^2}^1 f(x, y) \, dy \, dx = \int_{\text{-----}}^{\text{-----}} \int_{\text{-----}}^{\text{-----}} f(x, y) \, dx \, dy.$$

(b) Escrevendo uma integral tripla como soma de integrais iteradas: seja

$$D = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid x^2 + y^2 \leq 1, x^2 + 16y^2 + 16z^2 \leq 4, x \geq 0\}.$$

Então

$$\begin{aligned} \iiint_D f(x, y, z) \, dV &= \int_{\text{-----}}^{\text{-----}} \int_{\text{-----}}^{\text{-----}} \int_{\text{-----}}^{\text{-----}} f(x, y, z) \, dz \, dy \, dx \\ &+ \int_{\text{-----}}^{\text{-----}} \int_{\text{-----}}^{\text{-----}} \int_{\text{-----}}^{\text{-----}} f(x, y, z) \, dz \, dy \, dx. \end{aligned}$$

5. Seja T o triângulo de vértices $(0, 0)$, $(4, 2)$ e $(2, 4)$. Calcule

$$\iint_T x^2 \, dA.$$

6. Seja D a região do plano xy no primeiro quadrante delimitada pelas curvas $y = x$, $y = 3x$, $y = 1/x$ e $y = 2/x$. Seja $g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ uma função contínua. Mostre que

$$\iint_D g(xy) \, dA = \frac{\ln(3)}{2} \int_1^2 g(u) \, du.$$