

**Cálculo III-A 2019/1 – Prova 2**

|           |    |    |    |    |    |       |
|-----------|----|----|----|----|----|-------|
| Questão   | 1  | 2  | 3  | 4  | 5  | Total |
| Pontuação |    |    |    |    |    |       |
| Máximo    | 22 | 23 | 25 | 15 | 15 | 100   |

- Por favor escrever as respostas claramente, de forma legível.
- Nos problemas 1, 2, 3 e 5 respostas sem justificativas não serão consideradas

1) Sejam  $F(x, y, z) = (x^2z, ze^{x^2}, x^2 + y^2)$  um campo vetorial e  $S$  a superfície dada por  $z = -2 + x^2 + y^2$ , com  $z \leq 0$ . Calcule

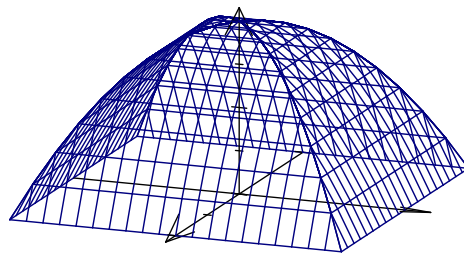
$$\iint_S F \cdot n \, dS,$$

sendo que  $n$  é o vetor normal de  $S$  que aponta para dentro.

2) Seja  $C$  o quadrado de vértices  $(5, 0)$ ,  $(0, 5)$ ,  $(-5, 0)$  e  $(0, -5)$ , orientado no sentido anti-horário. Calcule a integral de linha de campo vetorial

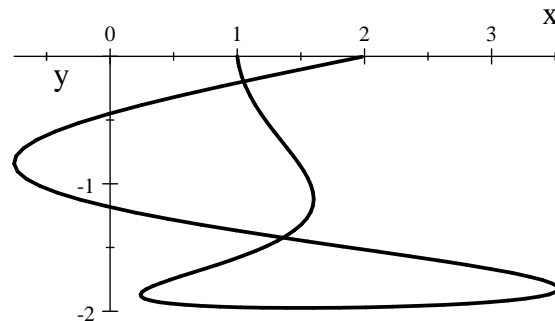
$$\int_C \left( y^2x^2 - \frac{y}{x^2 + y^2} \right) dx + \left( \frac{x}{x^2 + y^2} + 2x \right) dy.$$

3) Calcule a área lateral da superfície do sólido dado por  $z \leq 1 - y^2$ ,  $z \leq 1 - x^2$  e  $z \geq 0$  (vide figura).



4) Seja  $F(x, y) = \left( \frac{y+x^3+y^2x}{x^2+y^2}, \frac{yx^2+y^3-x}{x^2+y^2} \right)$ . **(Não é necessário justificar):**

- (a)  $F$  é um campo conservativo em  $\mathbb{R}^2 - \{(0, 0)\}$ ?  
 (b) Qual é o valor de  $\int_C F \cdot dr$ , onde  $C$  é a curva que começa em  $(1, 0)$  e termina em  $(2, 0)$ , indicada no desenho?



5) Seja  $S$  a superfície de um copo **sem tampa**, descrito a seguir: a lateral do copo é o cilindro  $x^2 + y^2 = 1$ ,  $-4 \leq z \leq 0$ ; o fundo do copo é a parte do plano  $z = -4$  que se encontra dentro do cilindro. Considere o campo vetorial  $F(x, y, z) = f(x, y, z) \cdot (x\mathbf{i} + y\mathbf{j} + z\mathbf{k})$ , onde  $f(x, y, z)$  é uma função real (escalar) de classe  $C^1$  em  $\mathbb{R}^3 - \{(0, 0, 0)\}$ . Calcule  $\iint_S \text{rot}(F) \cdot n \, dS$  onde  $n$  é a normal a  $S$  apontando para fora.