Cálculo III–A 2019/1 – Prova VR

Nome: ____ Turma: ____

Questão	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**Total**
Pontuação						
Máximo	**20**	**20**	**20**	**20**	**20**	**100**

- Por favor escrever as respostas claramente, de forma legível.
- Nas questões 1, 2, 4, e 5, respostas sem justificativas não serão consideradas.

1. Seja C a parte da curva $x = z^2$, no plano xz, compreendida entre $z = 1$ e $z = 2$, e T a superfície obtida girando C em torno do eixo z. Se a densidade de T no ponto (x, y, z) é $\rho(x, y, z) = 1/z$, encontre a massa total de T.

2. Seja S o hemisfério $x^2 + y^2 + z^2 = 1$ em que vale $y \geq 0$, orientado de maneira que a normal $\vec{n}$ tenha componente y positiva. Calcule o fluxo através de S do campo vetorial
$$\vec{F}(x, y, z) = (ye^{(z+1)^2}, 4, z^4).$$

3. Seja $W \subset \mathbb{R}^3$ o sólido no primeiro octante limitado pelas superfícies
$$z + x^2 = 1 \qquad \text{e} \qquad z + y = 1.$$
Escreva o volume de W como uma soma de integrais triplas, preenchendo as lacunas abaixo.
Não precisa justificar.
$$\mathrm{Vol}(W) = \int_{\_\_\_\_}^{\_\_\_\_} \int_{\_\_\_\_}^{\_\_\_\_} \int_{\_\_\_\_}^{\_\_\_\_} 1 \, dz \, dx \, dy$$
$$+ \int_{\_\_\_\_}^{\_\_\_\_} \int_{\_\_\_\_}^{\_\_\_\_} \int_{\_\_\_\_}^{\_\_\_\_} 1 \, dz \, dx \, dy.$$

4. Seja $C \subset \mathbb{R}^3$ curva de interseção do cilindro $x^2 + z^2 = 4$ com o plano $y = 0$, orientada de modo que, no ponto $(2, 0, 0)$, o vetor tangente aponte para cima. Calcule
$$\int_C \vec{F} \cdot d\vec{r},$$
onde
$$\vec{F}(x, y, z) = \left(yz + \frac{-z}{x^2 + z^2}\right)\vec{i} + xz\vec{j} + \left(xy + \frac{x}{x^2 + z^2}\right)\vec{k}.$$

5. Seja $W \subset \mathbb{R}^3$ o sólido que consiste dos pontos (x, y, z) do primeiro octante que satisfazem as desigualdades
$$1 \leq x^2 - y^2 \leq 4, \qquad 1 \leq xy \leq 9, \qquad \text{e} \qquad 0 \leq z \leq xy.$$
O sólido W é uniforme de densidade $\rho = 1$. Calcule o momento de inércia de W em torno do eixo z.