

Nome: \_\_\_\_\_ Turma: \_\_\_\_\_

Questão	1	2	3	4	5	Total
<b>Pontuação</b>						
<b>Máximo</b>	<b>20</b>	<b>20</b>	<b>20</b>	<b>20</b>	<b>20</b>	<b>100</b>

- Por favor escrever as respostas claramente, de forma legível.
- Respostas sem justificativas não serão consideradas.

1. Calcule as seguintes integrais:

(a)  $\int_0^4 \int_{\sqrt{x}}^2 \frac{1}{y^3 + 1} dy dx$

(b)  $\iiint_B (x^2 + y^2 + z^2)^2 dV$  onde  $B$  é a bola com centro na origem e raio 5.

2. Calcule  $\iint_S F \cdot \vec{n} dS$ , onde  $F(x, y, z) = z^2 x \vec{i} + (\frac{1}{3}y^3 + \tan z) \vec{j} + (x^2 z + y^2) \vec{k}$ ,  $S$  é a metade superior da esfera  $x^2 + y^2 + z^2 = 1$  e o vetor  $\vec{n}$  tem terceira componente não negativa.

3. Calcule  $\int_C (e^{x^2 + y^2}) dx + (e^{y^2 - z^2}) dy + (e^{z^2 - x^2}) dz$ , onde  $C$  é o contorno da parte do plano  $x + y + z = 1$ , que está no primeiro octante, no sentido anti-horário, quando visto da origem.

4. Seja  $S$  a superfície de rotação obtida girando  $C = \{(0, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid z = \ln y, \sqrt{3} \leq y \leq \sqrt{8}\}$  em torno do eixo  $z$ . Calcule a massa de  $S$ , sabendo que a densidade em cada ponto é igual à distância do ponto ao eixo  $z$ .

5. (a) Se  $C$  é um segmento de reta ligando o ponto  $(x_1, y_1)$  ao ponto  $(x_2, y_2)$ , mostre que

$$\int_C x dy - y dx = x_1 y_2 - x_2 y_1.$$

(b) Se os vértices de um polígono, em sentido anti-horário, são  $(x_1, y_1), (x_2, y_2), \dots, (x_n, y_n)$ , usando o item (a) mostre que a área do polígono é

$$A = \frac{1}{2} [(x_1 y_2 - x_2 y_1) + (x_2 y_3 - x_3 y_2) + \dots + (x_{n-1} y_n - x_n y_{n-1}) + (x_n y_1 - x_1 y_n)].$$