

Nome: _____ Turma: _____

Questão	1	2	3	4	5	Total
Pontuação						
Máximo	20	20	20	20	20	100

- Por favor escrever as respostas claramente, de forma legível.
- Respostas sem justificativas não serão consideradas.

1. Calcule as seguintes integrais:

(a) $\int_0^4 \int_{\sqrt{x}}^2 \frac{1}{y^3 + 1} dy dx$

(b) $\iiint_B (x^2 + y^2 + z^2)^2 dV$ onde B é a bola com centro na origem e raio 5.

2. Calcule $\iint_S F \cdot \vec{n} dS$, onde $F(x, y, z) = z^2 x \vec{i} + (\frac{1}{3}y^3 + \tan z) \vec{j} + (x^2 z + y^2) \vec{k}$, S é a metade superior da esfera $x^2 + y^2 + z^2 = 1$ e o vetor \vec{n} tem terceira componente não negativa.

3. Calcule $\int_C (e^{x^2 + y^2}) dx + (e^{y^2 - z^2}) dy + (e^{z^2 - x^2}) dz$, onde C é o contorno da parte do plano $x + y + z = 1$, que está no primeiro octante, no sentido anti-horário, quando visto da origem.

4. Seja S a superfície de rotação obtida girando $C = \{(0, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid z = \ln y, \sqrt{3} \leq y \leq \sqrt{8}\}$ em torno do eixo z . Calcule a massa de S , sabendo que a densidade em cada ponto é igual à distância do ponto ao eixo z .

5. (a) Se C é um segmento de reta ligando o ponto (x_1, y_1) ao ponto (x_2, y_2) , mostre que

$$\int_C x dy - y dx = x_1 y_2 - x_2 y_1.$$

(b) Se os vértices de um polígono, em sentido anti-horário, são $(x_1, y_1), (x_2, y_2), \dots, (x_n, y_n)$, usando o item (a) mostre que a área do polígono é

$$A = \frac{1}{2} [(x_1 y_2 - x_2 y_1) + (x_2 y_3 - x_3 y_2) + \dots + (x_{n-1} y_n - x_n y_{n-1}) + (x_n y_1 - x_1 y_n)].$$