Controle Servo e Regulatório

Profª Ninoska Bojorge
Departamento de Engenharia Química e de Petróleo – UFF

Exemplo 3: Tanque de mistura

Relembrando Exemplo da aula anterior

- Objetivo de controle: regular a composição x no tanque, ajustando w_2.
- Variável perturbação: composição na entrada, x_1
- Suposições:
  - w_1 é constante,
  - Inicialmente o sistema está no estado estacionário,
  - Ambas as composições de alimentação e de saída são diluídas,
  - Vazão de alimentação é constante
  - Na corrente 2 é um material puro

Exemplo 3: Modelo do Processo

Balanço de massa

Relembrando

$$\frac{dV}{dt} = \frac{1}{\rho}(w_1 + w_2 - w)$$

Balanço por componente

$$\frac{dx}{dt} = \frac{w_1}{V\rho}(x_1 - x) + \frac{w_2}{V\rho}(x_2 - x)$$

$$V\rho\frac{dx}{dt} = w_1 x_1 - w_1 x + w_2 x_2 - w_2 x$$

$$V\rho\frac{dx}{dt} = wx_1 - wx + w_2$$

Exemplo 3: Modelo do Processo

No estado de equilíbrio:

Re-lembrando

$$0 = \overline{w}\overline{x}_1 - \overline{w}\overline{x} + \overline{w}_2$$

Em termo de variável desvio:

$$V\rho\frac{dx'}{dt} = \overline{w}x_1' - \overline{w}x' + w_2'$$

Logo:

$$\frac{V\rho}{\overline{w}}\frac{dx'}{dt} = x_1' - x' + \frac{1}{\overline{w}}w_2'$$

$$\tau\frac{dx'}{dt} = x_1' - x' + Kw_2'$$

Exemplo 3: Modelo do Processo

Aplicando transformada de Laplace

Re-lembrando

$$\tau(sX'(s) - \underbrace{X'(0)}_{=0}) = X_1'(s) - X'(s) + KW_2'(s)$$

$$X'(s)(\tau s + 1) = X_1'(s) + KW_2'(s)$$

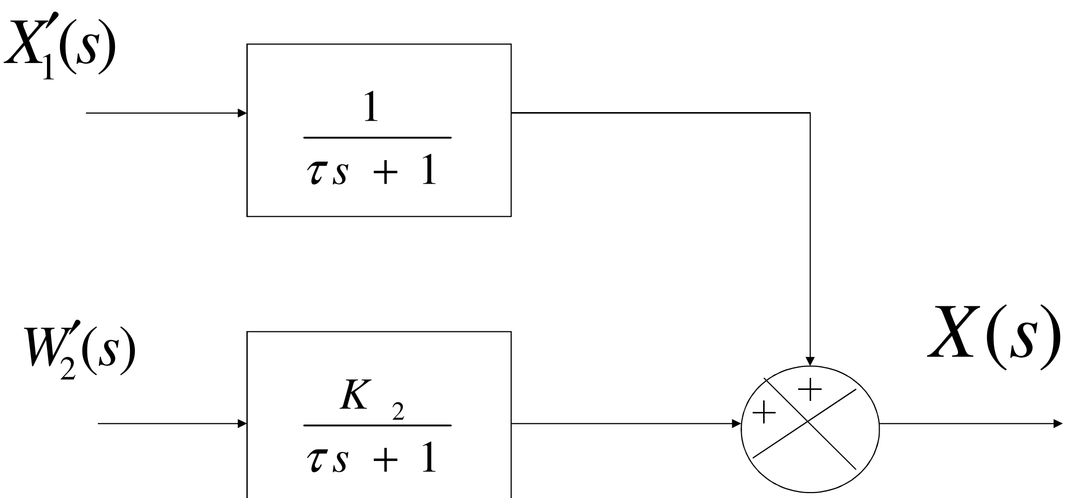
$$\frac{X'(s)}{X_1'(s)} = G_1(s) = \frac{1}{\tau s + 1}$$

$$\frac{X'(s)}{W_2'(s)} = G_2(s) = \frac{K}{\tau s + 1}$$

Exemplo 3: Modelo do Processo

Representação em Diagrama de Bloco

Re-lembrando



Modelo do elemento de medição

Assume-se que o comportamento dinâmico do sensor- transmissor da composição pode ser aproximado por uma função de transferência de primeira ordem;

$$\frac{X'_m(s)}{X'(s)} = \frac{K_m}{\tau_m s + 1}$$

quando, $\tau \gg \tau_m$ pode ser assumido como sendo igual a zero.

$$X'(s) \longrightarrow \boxed{K_m} \longrightarrow X'_m$$

Modelos do controlador

$$\frac{C'(s)}{E(s)} = K_C$$ *Controle proporcional*

$$\frac{C'(s)}{E(s)} = K_C\left(1 + \frac{1}{\tau_I s}\right)$$ *Proporcional-integral*

$$\frac{C'(s)}{E(s)} = K_C\left(1 + \tau_D s\right)$$ *Proporcional derivativo*

$$\frac{C'(s)}{E(s)} = K_C\left(1 + \frac{1}{\tau_I s} + \tau_D s\right)$$ *Proporcional-integral -derivativo*

Assumese um conversor linear com um ganho em estado de equilibrio K_{IP}.

$$\frac{C_t(s)}{C(s)} = K_{IP}$$

$$C(s) \longrightarrow \boxed{K_{IP}} \longrightarrow C'_t(s)$$

Assumindo um comportamento de primeira ordem para a válvula dá:

$$\frac{W_2'(s)}{C_t'(s)} = \frac{K_v}{\tau_v s + 1}$$

As variáveis de estado

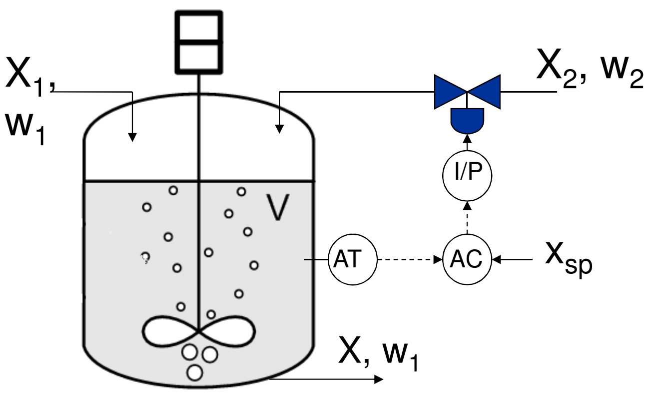
$X'_d(s)$ Mudança na composição de saída devido à mudança na composição de entrada $X'_1(s)$

$X'_u(s)$ Mudança na composição de saída devido a uma mudança na composição de entrada $W'_2(s)$

$X'_{sp}(s)$ Set-point da composição (fração massa)

$\tilde{X}'_{sp}(s)$ set-point da composição como um sinal de corrente elétrica equivalente.

Exemplo 3: Representação da malha de controle



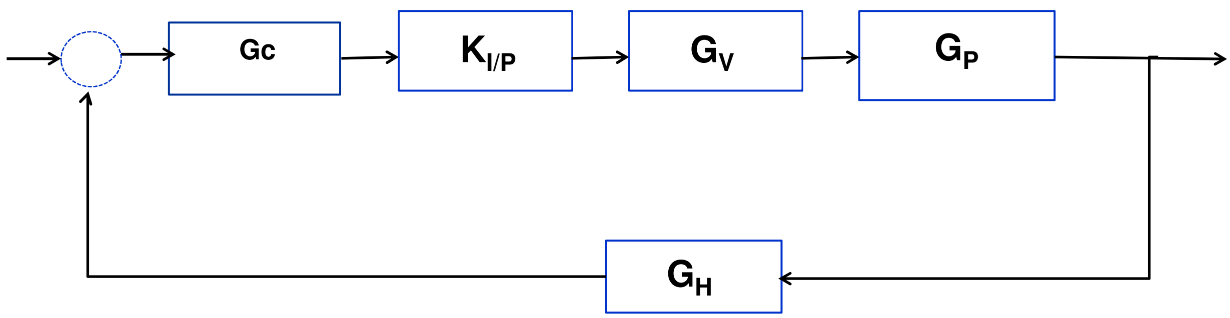
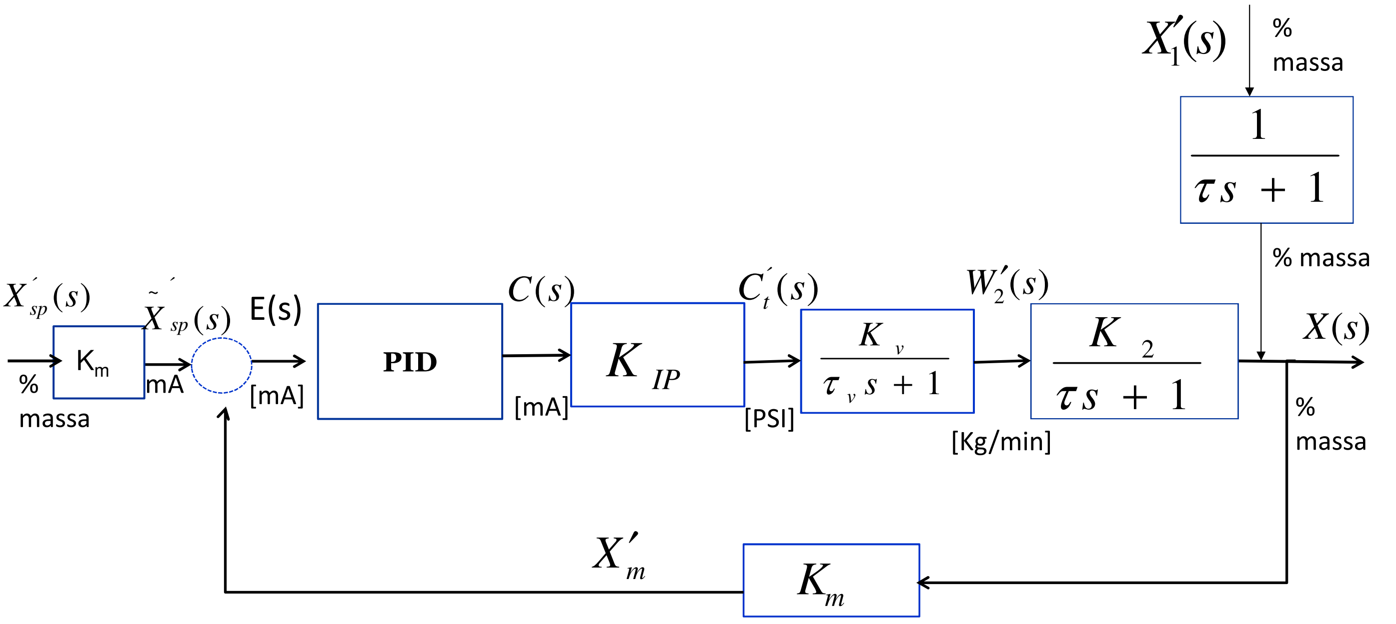
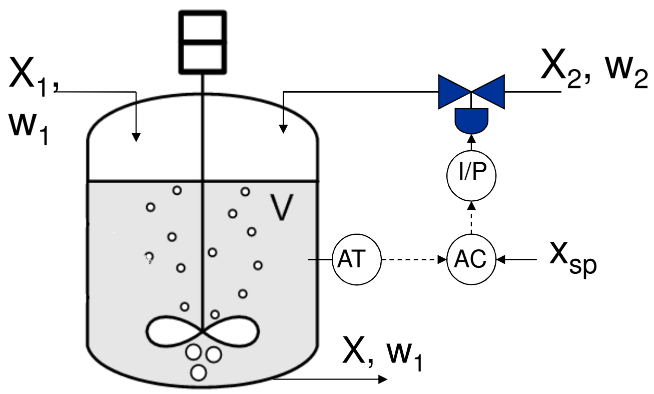


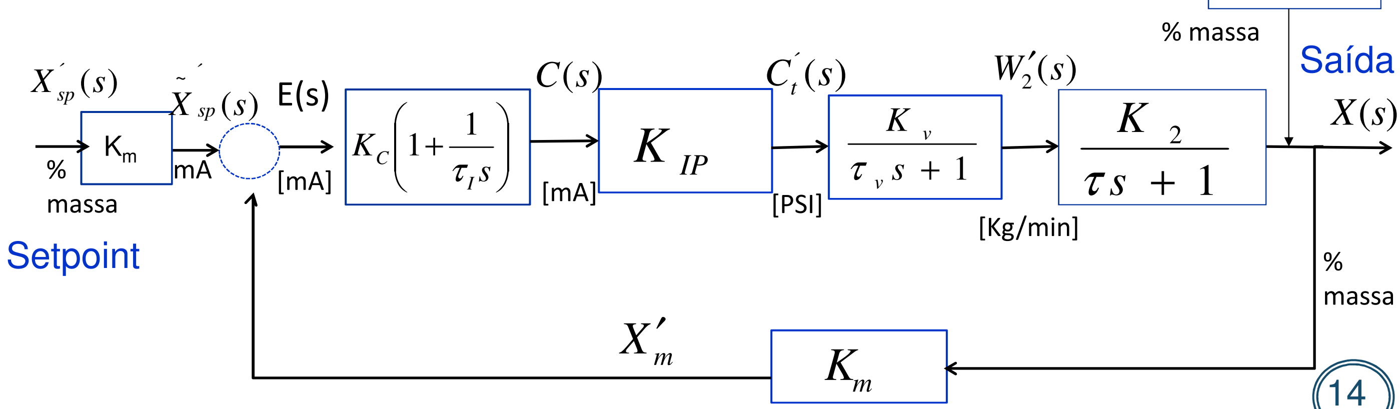
Diagrama de bloco completo para o sistema de controle de composição no tanque de mistura



Sistema de mistura de correntes

Relembrando Exemplo da aula anterior





Problemas típicos de Controle

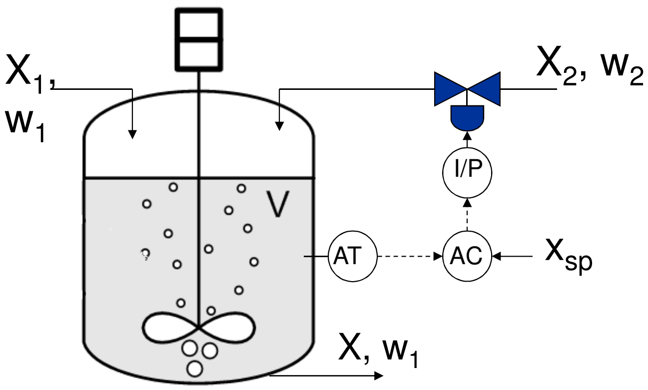
1) **Controle Regulatório**
   - A tarefa é compensar os efeitos de perturbações externas, a fim de manter a saída no seu ponto de ajuste constante (rejeição de distúrbios)

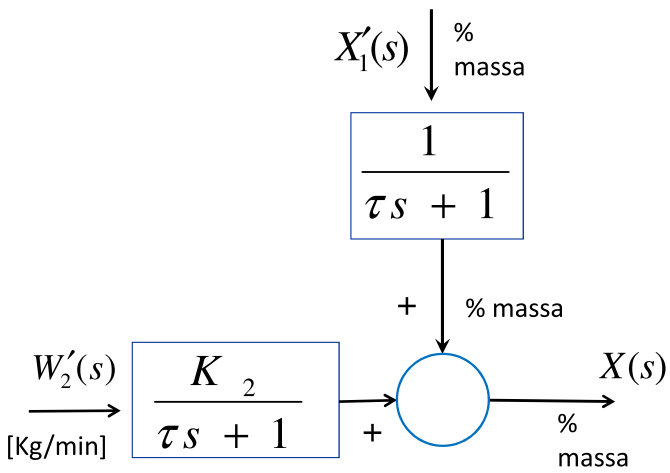
2) **Controle Servo**
   - O objetivo é fazer com que a saída para controlar a mudança de set-point

Em ambos os casos, uma ou mais variáveis são manipuladas pelo sistema de controle.

Exemplo

- Processo de mistura





Variações na composição de saída são detectados pelo sensor do transmissor de composição e enviada para o controlador fazendo com que o sinal de saída do controlador varie. Isto é, por sua vez faz com que a posição da válvula de controle e, consequentemente, o fluxo do fluido da corrente 2 mude. As variações no fluxo de corrente faz variar a composição de saída, completando assim o ciclo.

Exemplo: O sistema trocador de calor

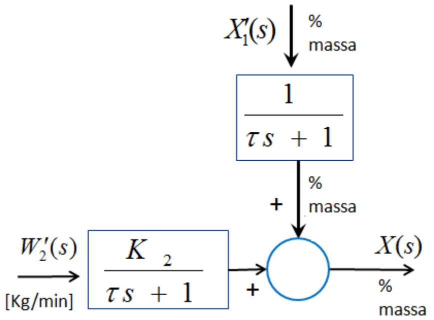
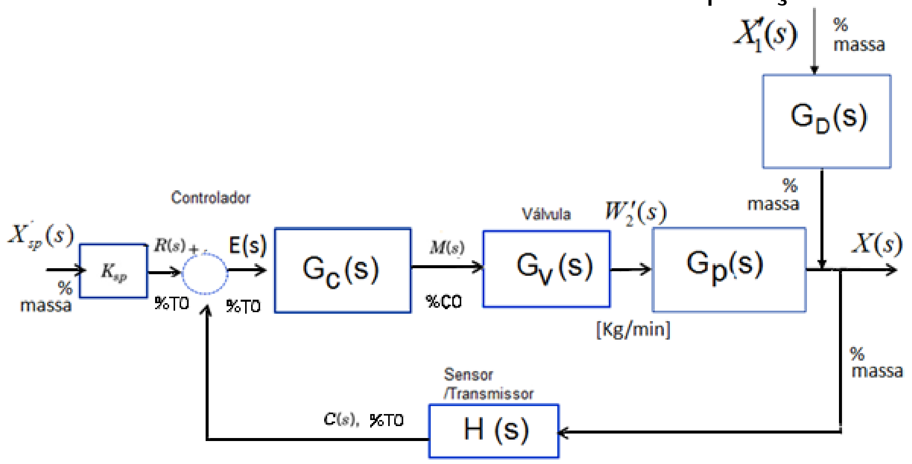


Diagrama de Blocos do tanque de mistura

Diagrama de Blocos da malha de controle da Composição no tanque



Função de Transferência - Malha fechada

Analisando a malha fechada, temos:

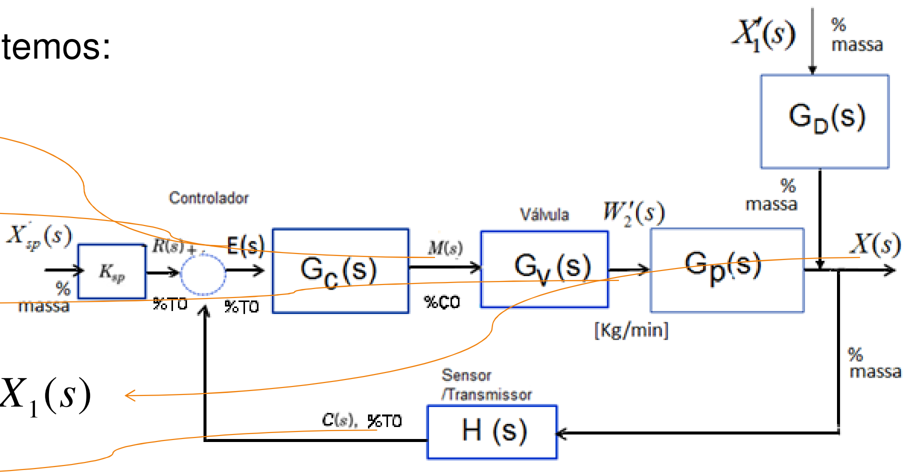
$$E(s) = K_{SP} X_{sp} - C(s)$$

$$M(s) = G_C(s) E(s)$$

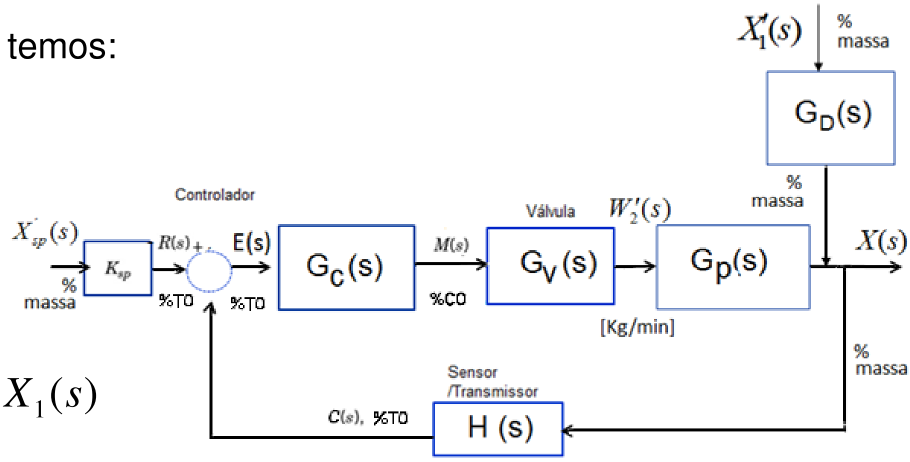
$$W_2(s) = G_V(s) M(s)$$

$$X(s) = G_P(s) W_2(s) + G_D(s) X_1(s)$$

$$C(s) = H(s) X(s)$$



Analisando a malha fechada, temos:



$$E(s) = K_{SP}X_{sp} - C(s)$$

$$M(s) = G_C(s)E(s)$$

$$W_2(s) = G_V(s)M(s)$$

$$X(s) = G_P(s)W_2(s) + G_D(s)X_1(s)$$

$$C(s) = H(s)X(s)$$

$$X(s) = G_P(s)W_2(s) + G_D(s)X_1(s)$$

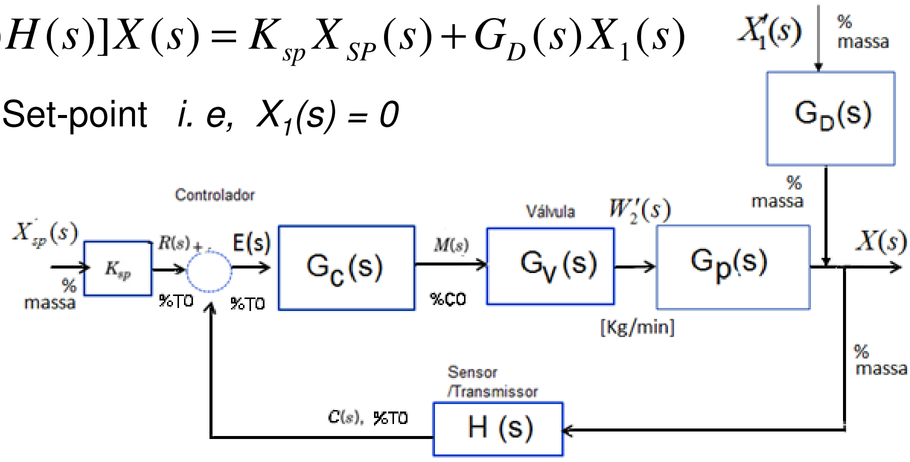
$$X(s) = G_P(s)G_v(s)M(s) + G_D(s)X_1(s)$$

$$X(s) = G_P(s)G_v(s)G_C(s)[K_{sp}X_{SP} - H(s)X(s)] + G_D(s)X_1(s)$$

$$[1 + G_P(s)G_v(s)G_C(s)H(s)]X(s) = K_{sp}X_{SP}(s) + G_D(s)X_1(s)$$

$$[1 + G_P(s)G_v(s)G_C(s)H(s)]X(s) = K_{sp}X_{SP}(s) + G_D(s)X_1(s)$$

Considerando, variação no Set-point *i. e,* $X_1(s) = 0$

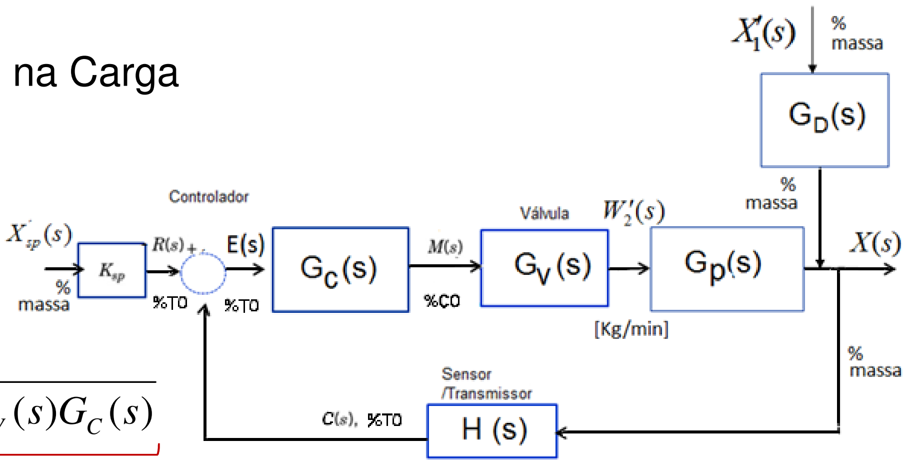


Então:

$$\frac{X(s)}{X_{sp}(s)} = \frac{K_{sp}G_p(s)G_V(s)G_C(s)}{1 + H(s)G_p(s)G_V(s)G_C(s)}$$

Considerando, variação na Carga

$$X_{SP} = 0$$



Assim,

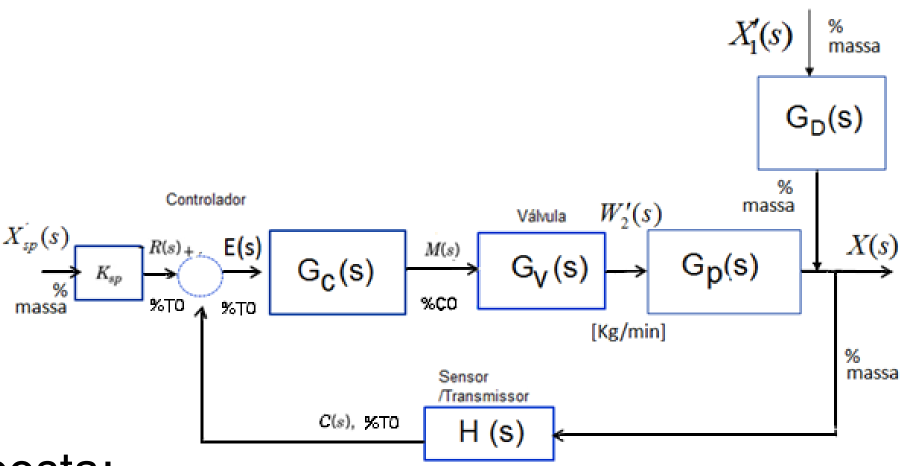
$$\frac{X(s)}{X_1(s)} = \frac{G_D(s)}{\underbrace{1 + H(s)G_p(s)G_V(s)G_C(s)}}$$

Observa-se que na equação característica:

$$H(s)G_p(s)G_V(s)G_C(s) = \left(\frac{\%TO}{\%massa}\right)\left(\frac{\%massa}{Kg/\min}\right)\left(\frac{Kg/\min}{\%CO}\right)\left(\frac{\%CO}{\%TO}\right)$$

= Adimensional

Função de Transferência da Malha Fechada– Contin.

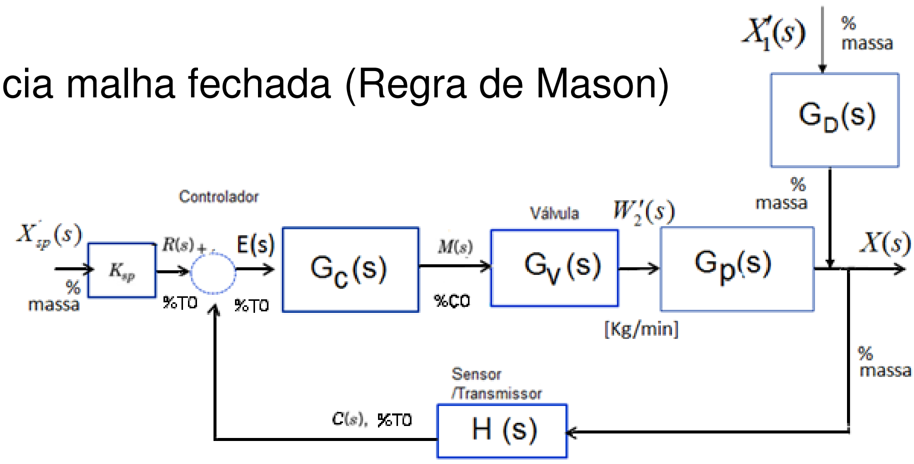


No caso geral, a resposta:

$$X(s) = \frac{K_{sp}G_p(s)G_V(s)G_C(s)}{1 + H(s)G_p(s)G_V(s)G_C(s)} X_{sp}(s) + \frac{G_D(s)}{1 + H(s)G_p(s)G_V(s)G_C(s)} X_1(s)$$

Função de Transferência da Malha Fechada– Contin.

A função de transferência malha fechada (Regra de Mason)

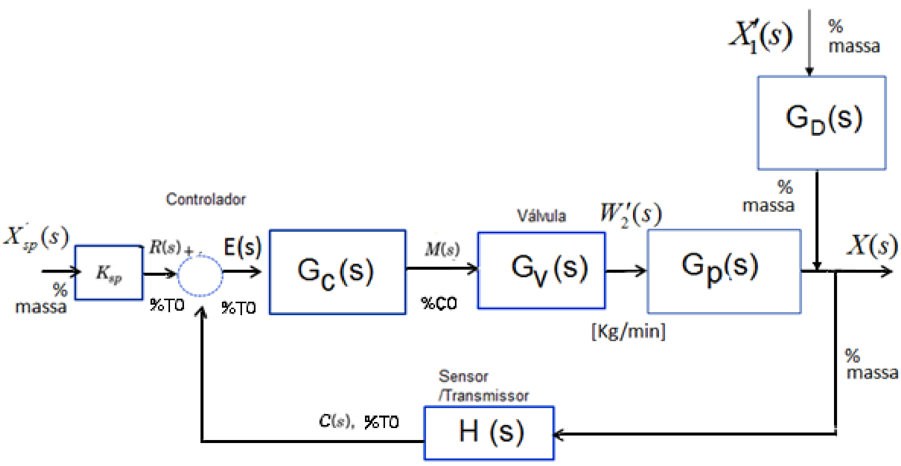


$$\frac{Z}{Zi} = \frac{\pi}{1+\pi_f}$$

Z = Variável de saída
Z_i= Variável de Entrada
Π= produto no caminho de Z_i a Z
Π_f= produto de cada função de transferência na malha de retroalimentação

Função de Transferência da Malha Fechada– Contin.

$$\frac{Z}{Zi} = \frac{\pi}{1+\pi_f}$$



$$X(s) = \frac{K_{sp} G_p(s) G_V(s) G_C(s)}{1 + H(s) G_p(s) G_V(s) G_C(s)} X_{sp}(s)$$

$$X(s) = \frac{G_D(s)}{1 + H(s) G_p(s) G_V(s) G_C(s)} X_1(s)$$

Exemplo

Dados das condições de projeto:

Processo:
No alimentador tem:
ρ = 68 lb /ft³, Cp= 0,8 BTU/lbºF
V=120ft³ (constante)
U= 2,1 BTU/min.ft²
F= 15 ft³/min
Ti = 100 ºF (constante)
T^{sp} = 15 0 ºF
C_M: Capacitância de calor do metal
Sensor de Temperatura:
Faixa: 100 a 200ºF e τ_T=0,75min
Válvula: Igual Porcentagem, α= 50, τ_V=0,20 min

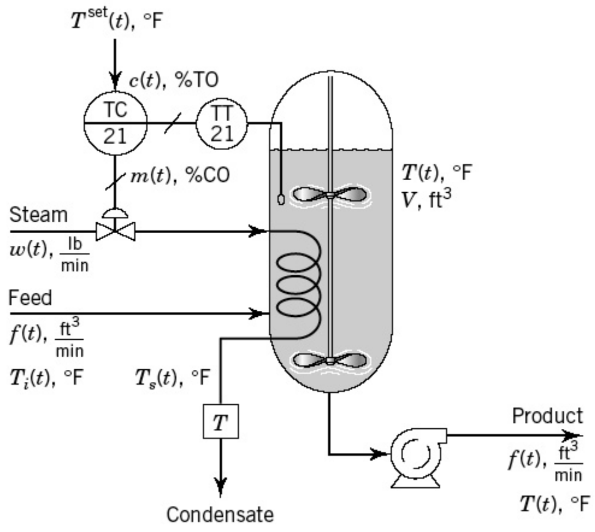


Figure 6-1.5 Temperature control of the stirred tank heater of Example 6-1.1.

Fonte: (Smith e Corripio. P. 181)

Exemplo – *Cont.*

Solução:

Balanço de energia no Reservatório

$$\frac{dH}{dt} = H_{in}(t) - H(t) + Q(t) + W_S(t) \qquad [\mathrm{J/s}] \text{ ou } \left[BTU/_{\min}\right]$$

$$\Delta H = mCp(T - T_{ref})$$

$$mc_p \frac{dT}{dt} = f_i(t)\rho_i c_p T_i(t) - f(t)\rho c_p T(t) + UA[T_s(t) - T(t)]$$

$$V\rho c_p \frac{dT}{dt} = f(t)\rho c_p T_i(t) + UA[T_s(t) - T(t)] - f(t)\rho c_p T(t) \qquad \text{(eq 1)}$$

Exemplo – *Cont.*

Balanço de energia na serpentina

$$C_M \frac{dT_s}{dt} = w(t)\lambda - UA[T_s(t) - T(t)] \qquad \text{(eq2)}$$

$$\left[BTU/_{^\circ F}\right]\left[^\circ F/_{\min}\right] \quad \left[lb/_{\min}\right]\left[BTU/_{lb}\right] \quad \left[BTU/_{\min\cdot ft^2\,^\circ F}\right]\left[ft^2\right]\left[^\circ F\right]$$

Exemplo – *Cont.*

Solução:

Retomando eq.1

Balanço de energia no Reservatório

$$V\rho c_p \frac{dT}{dt} = f(t)\rho c_p T_i(t) + UA[T_s(t) - T(t)] - f(t)\rho c_p T(t) \qquad \text{(eq 1)}$$

Linearizando termos não lineais.

$$f_{lin} = \overline{f_i}\rho c_p \overline{T_i} + \left(\frac{\partial f}{\partial f_i}\right)_{ss} (f_i(t) - \overline{f_i}) + \left(\frac{\partial f}{\partial T_i}\right)_{ss} (Ti(t) - \overline{T_i})$$

$$f_{lin} = \overline{f_i}\rho c_p \overline{T_i} + \rho c_p \overline{T_i}\,\hat{f} + \rho c_p \overline{f_i}\,\hat{T_i}$$

Exemplo – *Cont.*

Solução:

Balanço de energia no Reservatório no estado estacionário

$$0 = \overline{f}\rho c_p \overline{T}_i + UA\left[\overline{T}_s - \overline{T}\right] - \overline{f}\rho c_p \overline{T} \qquad \text{(eq 3)}$$

Balanço de energia na serpentina no estado estacionário

$$0 = \overline{w}\lambda - UA\left[\overline{T}_s - \overline{T}\right] \qquad \text{(eq 4)}$$

Em termo de variáveis desvio:

$$V\rho c_p \frac{d\Gamma}{dt} = \rho c_p\left(T_i - \overline{T}\right)F(t) + UA\Gamma_s(t) - \left(\bar{f}\rho c_p + UA\right)\Gamma(t) \qquad \text{(eq 5)}$$

$$C_M \frac{d\Gamma_s}{dt} = \lambda W(t) - UA\Gamma_s(t) + UA\Gamma(t) \qquad \text{(eq 6)}$$

Exemplo – *Cont.*

Solução...cont.:

Aplicando Transformada de Laplace nas eqs (5) e (6) e rearranjando:

$$\Gamma(s) = \frac{K_F}{\tau s + 1}F(s) + \frac{K_s}{\tau s + 1}\Gamma_s(s) \qquad (7)$$

$$\Gamma_s(s) = \frac{1}{\tau_c s + 1}\Gamma(s) + \frac{K_w}{\tau_c s + 1}W(s) \qquad (8)$$

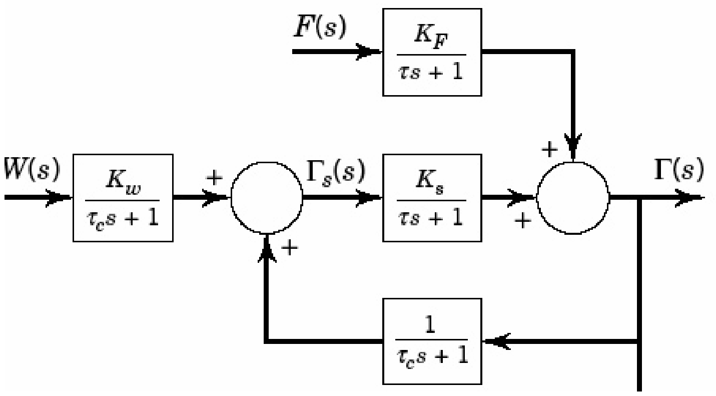
onde:

$$\tau_c = \frac{C_M}{UA}; \quad \tau = \frac{V\rho C_P}{UA + \bar{f}\rho C_P} \qquad K_w = \frac{\lambda}{UA}; \quad K_F = \frac{\rho C_P(Ti - \overline{T})}{UA + \bar{f}\rho C_P}$$

$$Ks = \frac{UA}{UA + \bar{f}\rho C_P}$$

Exemplo – *Cont.*

Em termo de diagrama de blocos o modelo do processo do aquecedor com agitação:



$$\Gamma(s) = F(s)\frac{K_F}{\tau s+1} + \Gamma_s \frac{K_s}{\tau s+1}$$

$$= F(s)\frac{K_F}{\tau s+1} + \left(W(s)\frac{K_w}{\tau_c s+1} + \Gamma(s)\frac{1}{\tau_c s+1} \right)\frac{K_s}{\tau s+1}$$

$$= F(s)G_F(s) + W(s)G_s(s)$$

Exemplo – *Cont.*

Dinâmica da válvula

A função de transferência da válvula de igual porcentagem com ΔP cte, (pg 154):

$$G_v(s) = \frac{W(s)}{M(s)} = \frac{K_v}{\tau_v s + 1}; \quad K_v = \frac{\overline{w}(\ln \alpha)}{100}$$

Sensor-transmissor

$$G_T(s) = \frac{K_T}{\tau_T s + 1}; \quad K_T = \frac{100 - 0}{200 - 100} = 1\frac{\%ST}{°F}$$

Exemplo – *Cont.*

A seguinte tabela fornece os valores numéricos de todos os parâmetros nas F. T, calculados a partir dos dados fornecidos no enunciado do problema:

Table 6-1.1 Parameters for Example 6-1.1

$A = 241.5\ \text{ft}^2$	$\tau = 4.93\ \text{min}$
$C_M = 265.7\ \text{Btu}/^\circ\text{F}$	$\tau_C = 0.524\ \text{min}$
$K_F = 2.06^\circ\text{F}/(\text{ft}^3/\text{min})$	$K_w = 1.905^\circ\text{F}/(\text{lb/min})$
$K_s = 0.383^\circ\text{F}/^\circ\text{F}$	$K_{sp} = K_T = 1.0\ \%\text{TO}/^\circ\text{F}$
$K_v = 1.652\ (\text{lb/min})/\%\text{CO}$	$\tau_v = 0.20\ \text{min}$
$\tau_T = 0.75\ \text{min}$	

Exemplo – *Cont.*

Assim, os diagramas de blocos da malha de controle:

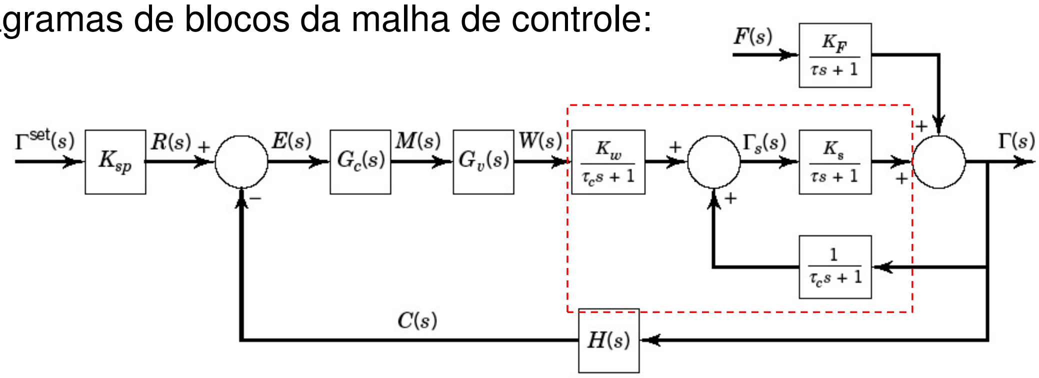


Figure 6-1.6 Block diagram of temperature control loop of stirred tank heater.

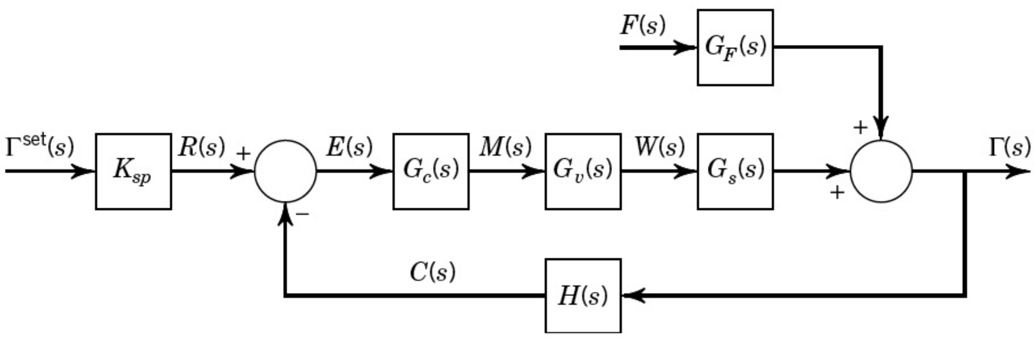


Figure 6-1.7 Simplified block diagram of temperature control loop.

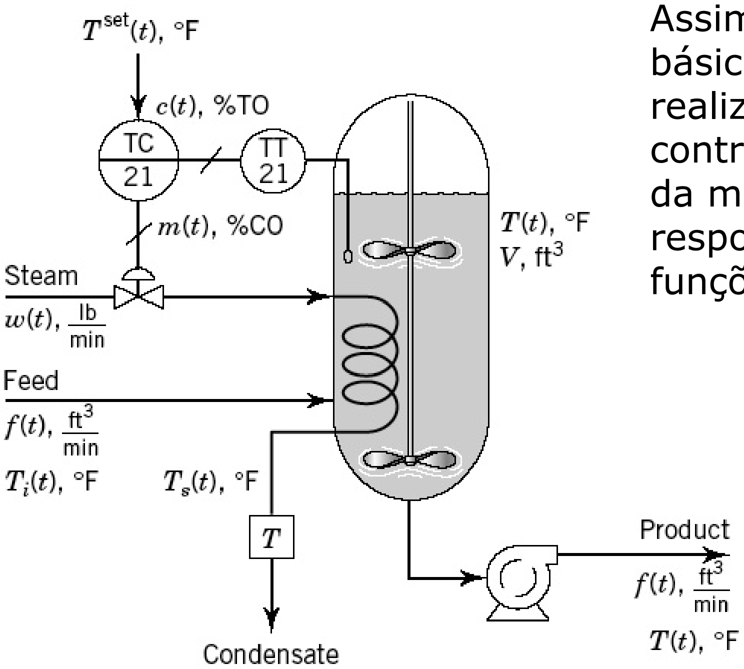
A partir da fig. 6.1.7, a transformada da malha fechada da temperatura de saída do transmissor é, então:

$$\pi_R = G_C(s)G_V(s)G_S(s)$$

$$\pi_F = G_F(s)$$

$$\pi_f = G_C(s)G_v(s)G_s(s)G_T(s)$$

$$C(s) = \frac{G_C(s)G_v(s)G_s(s)}{1+G_c(s)G_v(s)G_s(s)G_T(s)}R(s) + \frac{G_F(s)}{1+G_c(s)G_v(s)G_s(s)G_T(s)}F(s)$$



Assim, vimos como a partir dos princ. básicos de engenharia de processos, realiza-se a análise da malha de controle feedback. E a partir das FTs da malha fechada podemos calcular a resposta da malha fechada a varias funções de entrada.

Figure 6-1.5 Temperature control of the stirred tank heater of Example 6-1.1.

Exemplo: o sistema trocador de calor

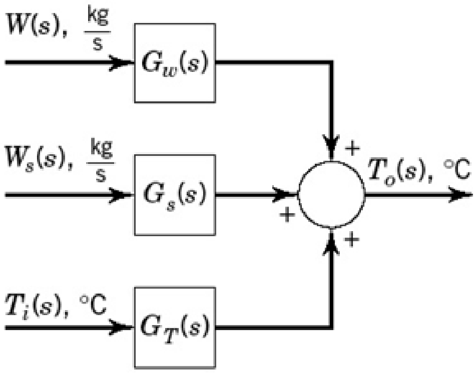


Diagrama de blocos do trocador de calor
(Fonte: Fig. 6..1.2, Cap. 6- Smith & Corripio)

Supondo que Ti(s) é constante, pelo que omitisse no diagrama.

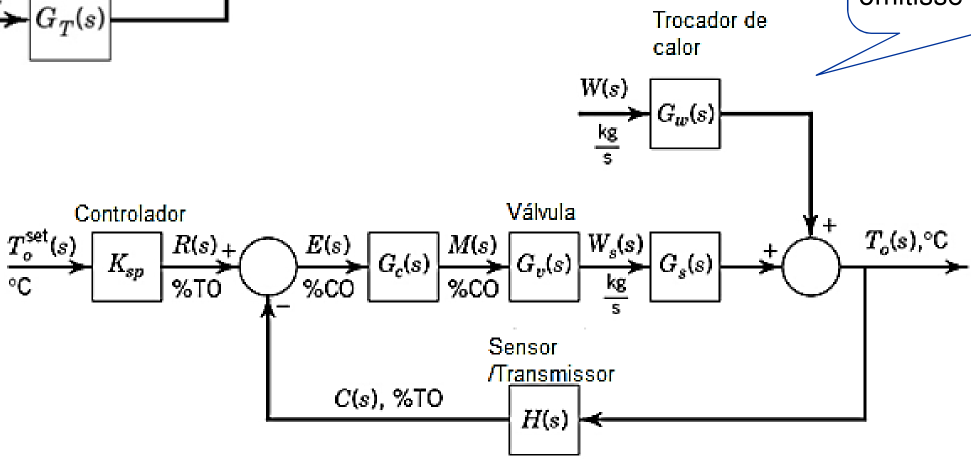
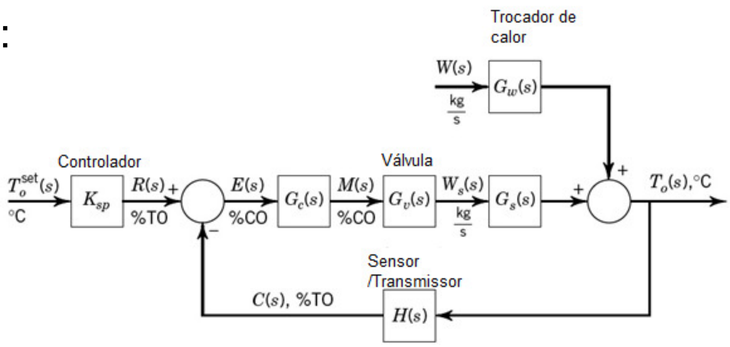


Diagrama de Blocos da malha de controle da Temperatura no trocador de calor

Função de Transferência Malha Fechada

Analisando a malha fechada, temos:



$$E(s) = K_{sp} T_o^{set} - C(s)$$

$$M(s) = G_c(s) E(s)$$

$$W_s(s) = G_v(s) M(s)$$

$$T_o(s) = G_s(s) W_s(s) + G_w(s) W(s)$$

$$C(s) = H(s) T_o(s)$$

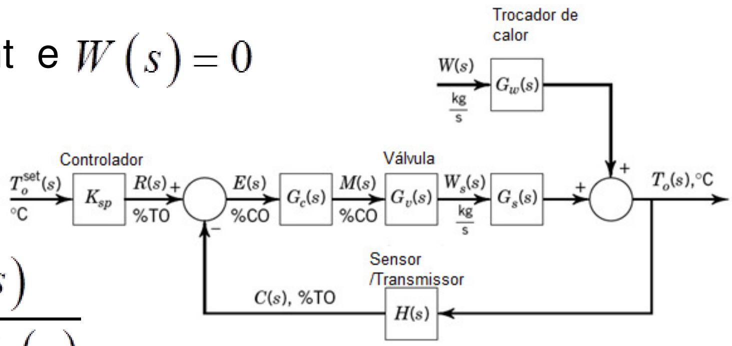
Eliminando todas as variáveis intermediarias através da combinação das eqs anteriores, temos:

$$\left(1 + H(s) G_s(s) G_v(s) G_c(s)\right) T_0(s) = \left(K_{sp} G_s(s) G_v(s) G_c(s)\right) T_0^{sp}(s) + G_w(s) W(s)$$

Função de Transferência Malha Fechada

Considerando, variação no Set-point e $W(s) = 0$

Então:



$$\frac{T_o(s)}{T_o^{set}(s)} = \frac{K_{sp} G_s(s) G_v(s) G_c(s)}{1 + H(s) G_s(s) G_v(s) G_c(s)}$$

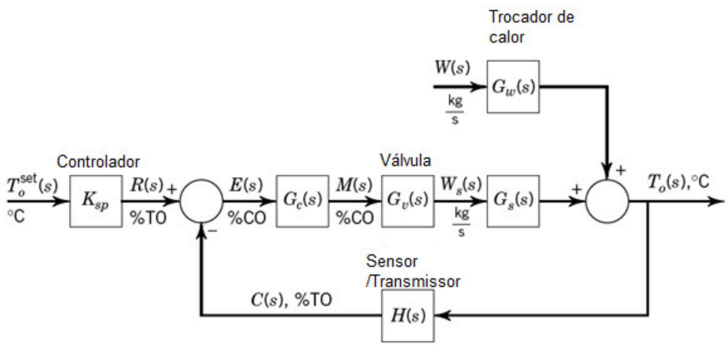
Considerando, variação na carga e $T_o^{set} = 0$, temos:

$$\frac{T_o(s)}{W(s)} = \frac{G_w(s)}{1 + H(s) G_s(s) G_v(s) G_c(s)}$$

$$\therefore \quad H(s) G_s(s) G_v(s) G_c(s) = \left(\frac{\%TO}{°C}\right)\left(\frac{°C}{kg/s}\right)\left(\frac{kg/s}{\%CO}\right)\left(\frac{\%CO}{\%TO}\right)$$

Função de Transferência Malha Fechada

Pela Regra de Mason)



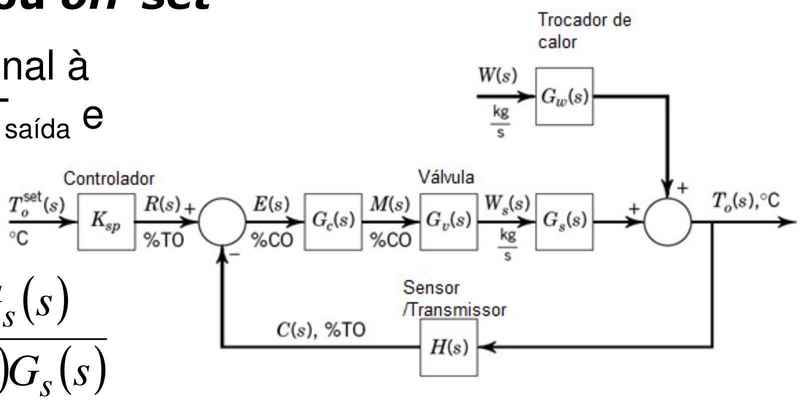
$$\frac{Z}{Zi} = \frac{\pi}{1 + \pi_f}$$

$$T_o(s) = \frac{G_w(s)}{1 + H(s) G_s(s) G_v(s) G_c(s)} W(s) + \frac{K_{sp} G_s(s) G_v(s) G_c(s)}{1 + H(s) G_s(s) G_v(s) G_c(s)} T_o^{set}(s)$$

Calculo do erro residual ou *off-set*

Aplicando o teorema do valor final à FT da malha fechada entre a $T_{saída}$ e o SP.

$$\lim_{t\to\infty} f(t) = \lim_{s\to o} sF(s)$$

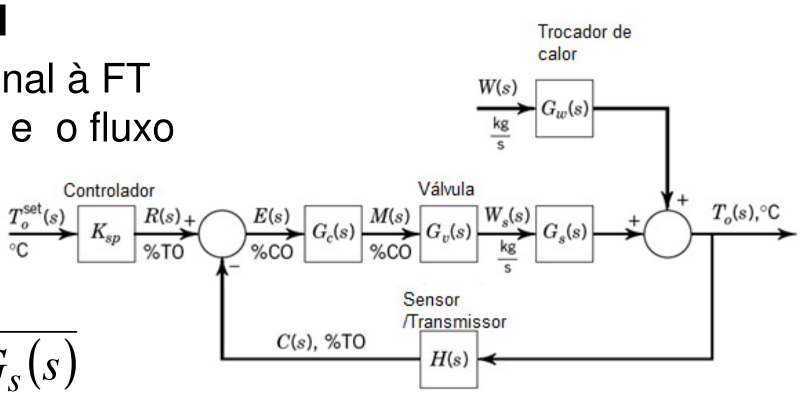


$$\frac{T_O(s)}{\Delta T_O^{set}(s)} = \frac{K_{sp} G_C(s) G_v(s) G_S(s)}{1 + H(s) G_C(s) G_v(s) G_S(s)}$$

Resposta da malha fechada no estado estacionário

- **Calculo do erro residual**

Aplicando o teorema do valor final à FT da malha fechada entre a $T_{saída}$ e o fluxo do fluido do processo:



$$\frac{T_O(s)}{W(s)} = \frac{G_W(s)}{1 + H(s) G_C(s) G_v(s) G_S(s)}$$

$$\frac{\Delta T_O(0)}{\Delta W(0)} = \frac{G_W(0)}{1 + H(0) G_C(0) G_v(0) G_S(0)}$$

$$= \frac{K_W}{1 + K_T K_c K_v K_s} = \frac{K_W}{1 + K_{OL}}$$

o erro residual (ΔT_o^{sp} - ΔT_o) diminui à medida que o ganho do controlador, Kc, aumenta.

Resposta da malha fechada no estado estacionário

- Para o trocador de calor, calcule as proporções para o erro estacionário na temperatura de saída para
  - Variação no fluxo do processo
  - Variação no setpoint

  As condições operacionais do processo e especificações dos instrumentos são:

Fluxo do fluido do processo	w = 120 kg/s
Temperatura de entrada	Ti = 50 ºC
Setpoint	Tsp = 90ºC
Capacidade calorifica do fluido ,	Cp = 3.75 KJ/KgºC
Calor latente do vapor	λ = 2250 kJ/kg
Capacidade da válvula	ws, max = 1,6 kg/s
Faixa do transmissor	50 – 150 ºC

Exemplo: Novo estado estacionário do tanque de aquecimento

1. Controle Servo com Kc=1; $\Delta T_{set}=1$

$$\frac{\Delta T}{\Delta T_{set}} = \frac{K_c K_v K_s}{1+K_c K_v K_s} = \frac{2\times 1.652\times 1.183}{1+2\times 1.652\times 1.183} = \frac{3.9086}{4.9086} = 0.7963$$

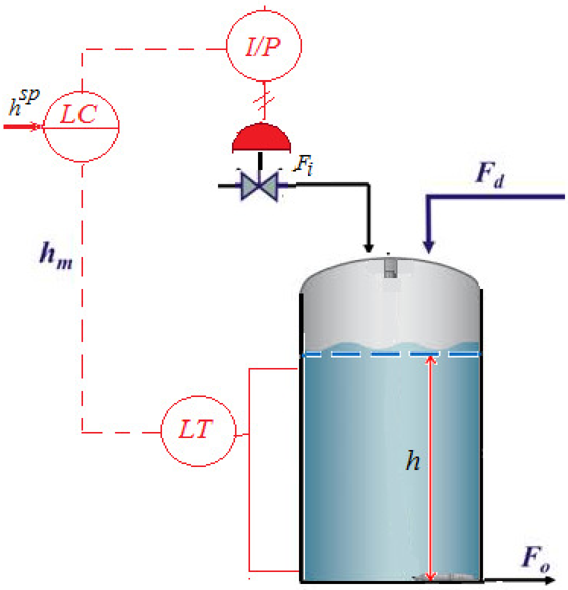
$$\Delta T_{set} = 1$$

$$T = 150 + 1\times \Delta T = 150.7963$$

2. Controle Regulatório com Δ F = 1

$$\frac{\Delta T}{\Delta F} = \frac{K_F}{1+K_c K_v K_s} = \frac{-3.34}{1+2\times 1.652\times 1.183} = \frac{-3.34}{4.9086} = -0.6804$$

$$T = 150 + \Delta T = 149.3196$$



- **Processo**: O processo tem duas entradas e uma saída. Uma entrada pode ser manipulado enquanto que Fd é a perturbação. A saída F_o varia proporcionalmente com a raiz quadrada do nível do líquido no tanque como, o balanço de massa em torno do tanque dá-se o seguinte modelo:

$$A\frac{dh}{dt} = F_i + F_d - F_O$$

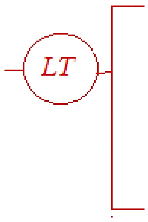
$$= F_i + F_d - C\sqrt{h}$$

Linearizando e reescrevendo em termos de variáveis desvios:

$$\hat{H}(s) = \frac{\left(\frac{2\sqrt{\bar{h}}}{c}\right)}{\left[\left(\frac{2A\sqrt{\bar{h}}}{c}\right)s+1\right]}\hat{F}_i(s) + \frac{\left(\frac{2\sqrt{\bar{h}}}{c}\right)}{\left[\left(\frac{2A\sqrt{\bar{h}}}{c}\right)s+1\right]}\hat{F}_D(s)$$

$$\hat{H}(s) = G_P(s)\,\hat{F}_i(s) + G_D\,\hat{F}_D(s)$$

Sensor de Nível : célula de Pressão diferencial (DP) é um dispositivo de medição que mede a pressão diferencial (ΔP) entre duas extremidades. Neste exemplo, a célula DP mede a altura do nível do líquido no tanque através da comparação da pressão exercida pelo líquido numa extremidade contra a pressão atmosférica no outro. A pressão exercida pelo líquido na célula DP é linearmente proporcional à altura do líquido, daqui:



$$\bar{h}_m(s) = \frac{K}{\tau^2 s^2 + 2\xi\tau s + 1} h(s)$$

- Controlador PI:

$$\bar{\epsilon}(s) = \bar{h}_{SP} - \bar{h}_m(s)$$

$$\bar{c}(s) = K_c\left(1 + \frac{1}{\tau_I s}\right)\bar{\epsilon}(s)$$

- Válvula de controle, assumindo dinâmica de 1ra ordem :

$$\bar{F}_i(s) = \frac{K_v}{\tau_v s + 1}\bar{c}(s)$$

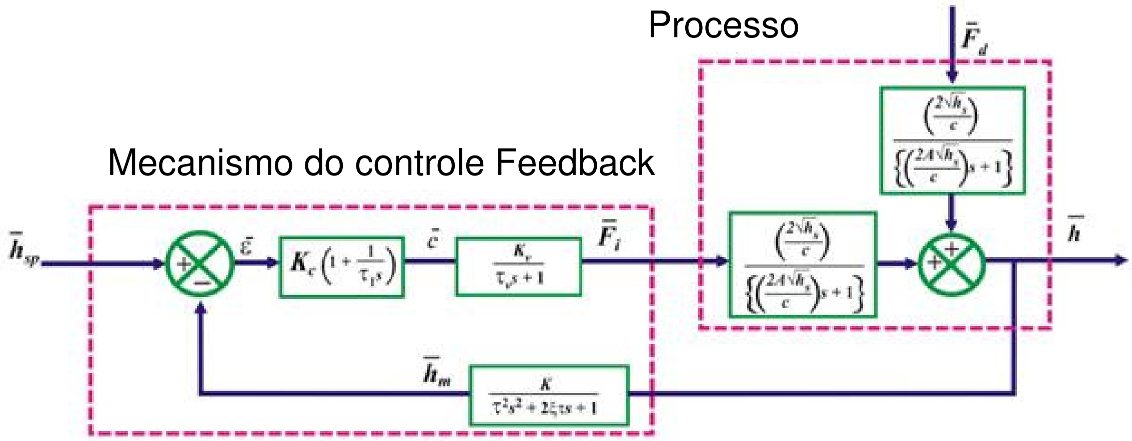


Diagrama Esquemático da configuração do controle malha fechada do nível do líquido no tanque de armazenamento