

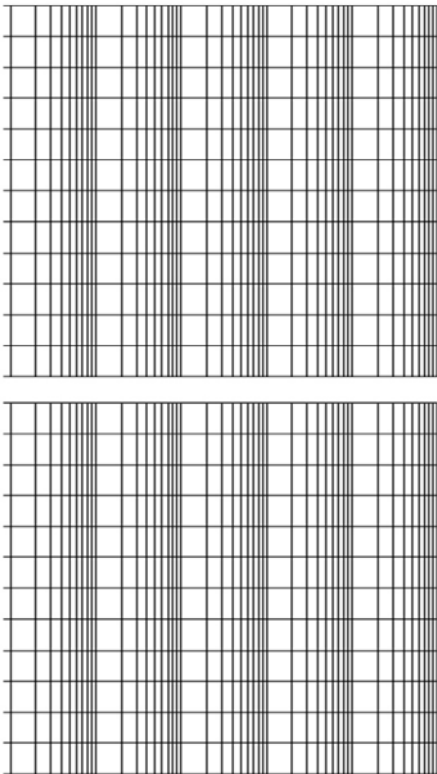
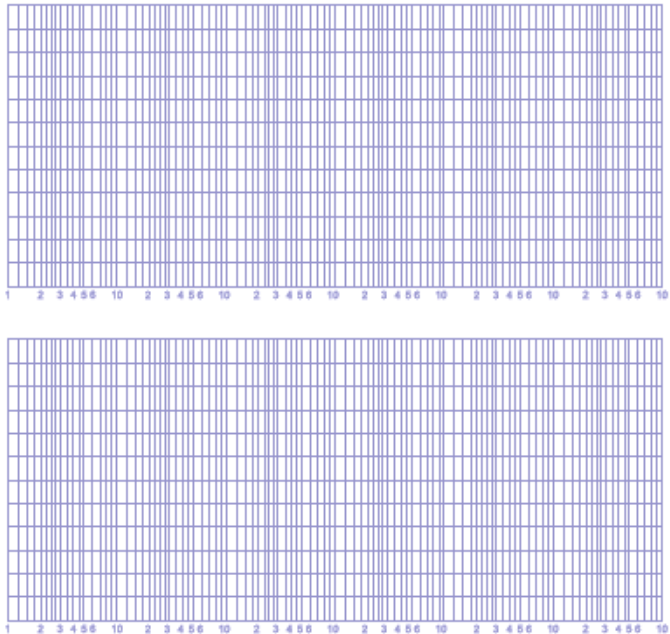
Diagrama de Bode

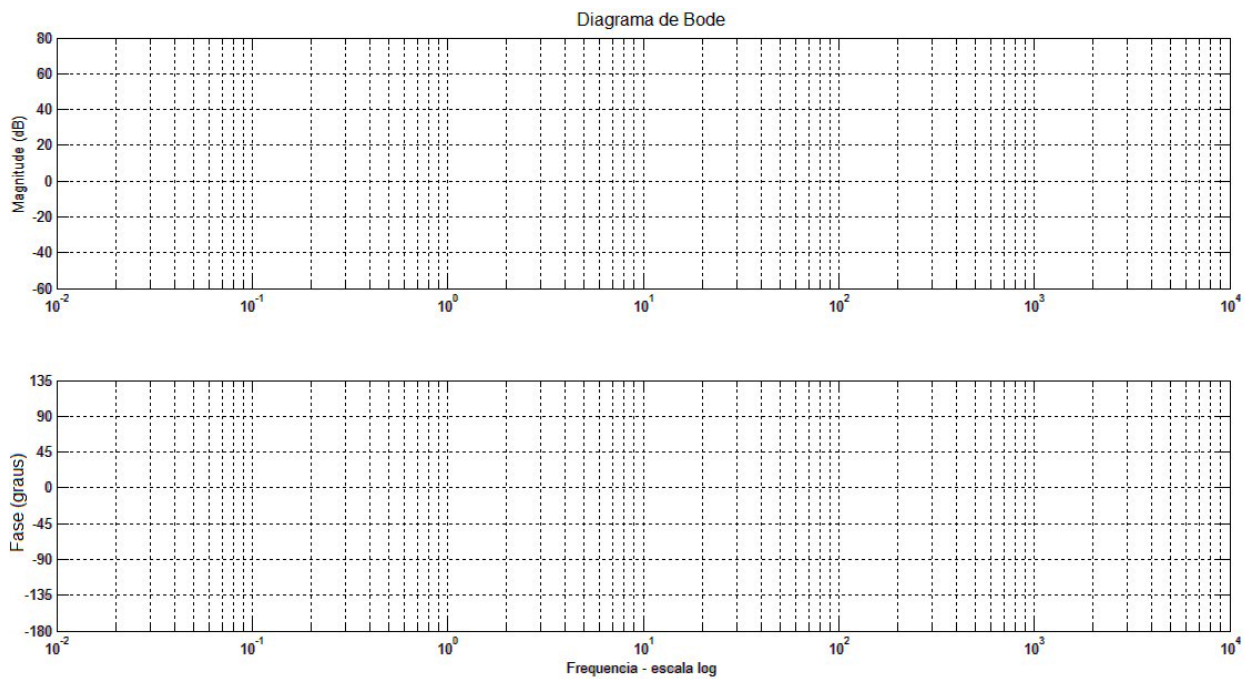
custo

Profª Ninoska Bojorge

Informação

www.professores.uff.br/controlodeprocessos-eq/index.php	
24	Métodos de Margem de Ganho e Fase
25	Exercícios e Aplicações (No Quadro)
26	Sistemas Controle Feed-Forward
27	Sistemas de Controle Cascata
28	Exercícios e Aplicações (No Quadro)
29	Sistemas de Controle Multivariáveis - Interações
30	Conceito de Ganhos Relativos/Seleção de Controlada-Manipulada
31	Exercícios e Aplicações (No Quadro)
AVALIAÇÃO:	
Notas: Prova1	
Listas de Exercícios:	
Lista01- Monitoria	Lista02-Monitoria
Lista02- Identificação de Processos	Trabalho Avaliação Monitoria
Lista03- Sintonia de Controlador	
Lista04- Estabilidade de Processos	Anexo:
Lista05-Resposta de Frequencia e Diagrama de Bode	Tabela de Laplace (Seborg)
Papel Bode1	
Papel Bode 2	
Papel Bode 3	





Resposta de Frequência

Lembrando!!

$$X(s) \longrightarrow \boxed{G(s)} \longrightarrow Y(s)$$

$$\text{Se } x(t) = A \sin \omega t \text{ então } y(t) = A \sin (\omega t + \varphi)$$

A função de transferência senoidal $G(j\omega)$ é uma função complexa e pode ser representada pela magnitude e ângulo de fase com a frequência como parâmetro.

Lembrando!!

Polos e Zeros e Função de Transferência

Função de Transferência:

Uma função de transferência é definida como a razão entre a transformada de Laplace da saída para a entrada com todas as condições iniciais iguais a zero. Funções de transferência são definidas apenas para sistemas lineares invariantes no tempo

Considerações:

A Função de transferência pode geralmente ser expressa como a razão de dois polinômios na variável complexa, s .

Fatoração:

A função de transferência pode ser fatorada na seguinte forma:

$$G(s) = \frac{K(s + z_1)(s + z_2) \dots (s + z_m)}{(s + p_1)(s + p_2) \dots (s + p_n)}$$

As raízes do polinômio no numerador são chamados zeros.

As raízes do polinômio do denominador são chamados pólos.

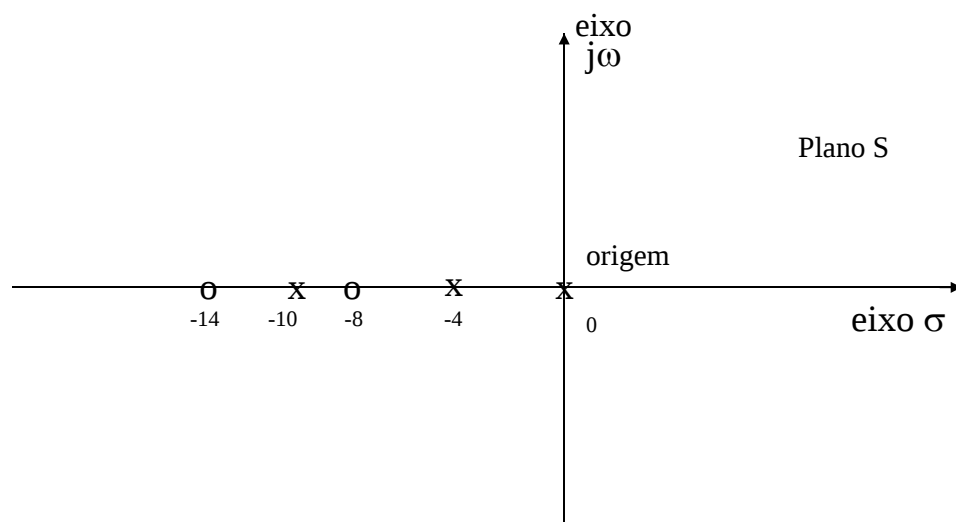
Lembrando!!

Polos e Zeros e Função de Transferência

Exemplo:

Dada a seguinte função de transferência. Mostrar o pólos e zeros no plano s .

$$G(s) = \frac{(s + 8)(s + 14)}{s(s + 4)(s + 10)}$$



Preparação do Diagrama de Bode

- ❖ Diagrama de Bode usa a função de transferência em malha aberta
- ❖ O diagrama é um par de parcelas correspondente a magnitude e a fase.
 - ❖ A representação da magnitude logarítmica é $20 \log |G(j\omega)|$ em dB.

A principal vantagem: **multiplicação** é convertida em **adição**

Fatores básicos de $G(j\omega)$

- Ganho K
- Derivada e fatores integral $(j\omega)^{\pm 1}$
- Fator de primeira ordem $(1+j\omega T)^{\pm 1}$
- Fator Quadrático $[1+2z(j\omega/w_n)+(j\omega/w_n)^2]^{\pm 1}$

Deve-se prestar atenção para a frequência de corte e da forma da equação deve ser montado acima

- É só a parte real → não do ângulo de fase
- O log de magnitude é uma linha reta em $20 \log(K)$
 - ▶ se $K > 1$, então a magnitude é positiva
 - ▶ If $K < 1$, então a magnitude é negativa
- Variando K influencia apenas na parcela do log da magnitude, o ângulo de fase continua a ser o mesmo.
- Inclinação é 0 na frequência de quebra (ou canto)

Processo Integral $(j\omega)^{-1}$

$$20 \log \left| \frac{1}{j\omega} \right| = 20 \log \left| \frac{1}{\omega} \right| = -20 \log(\omega)$$

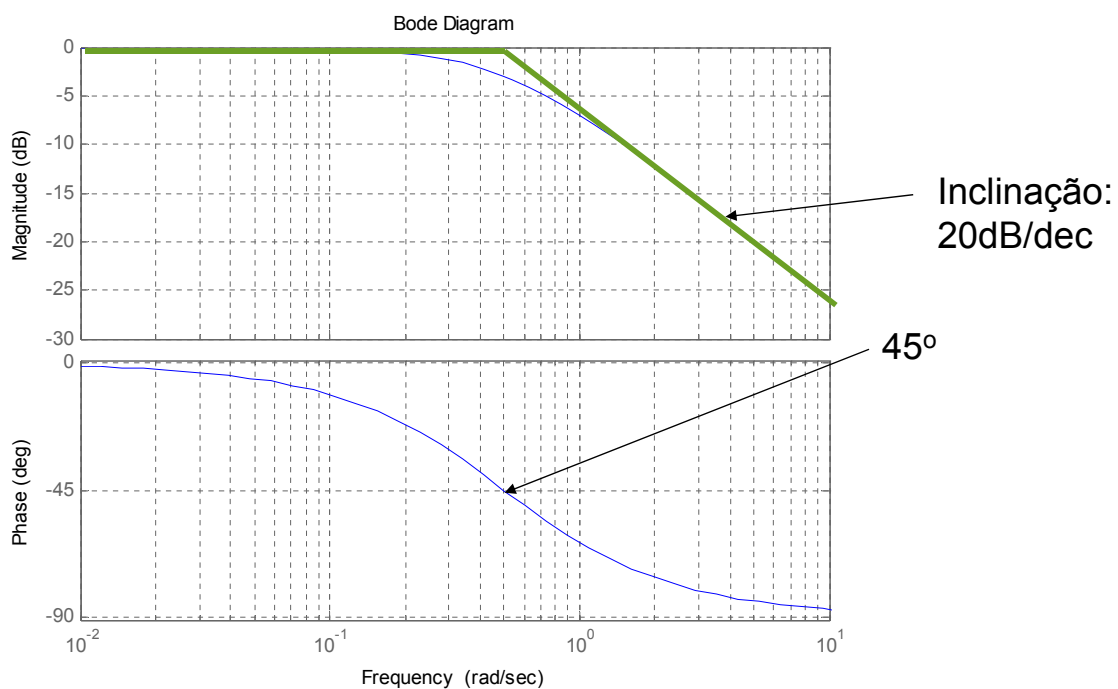
- Tem apenas parte imaginária
- Log da magnitude = $-20 \log(\omega)$
- Ângulo de fase = 90° (constante)  $\angle = \tan^{-1}(1/0) = \tan^{-1}(\infty) = 90^\circ$
- Inclinação: -20 dB/década na frequência de quebra $\omega = 1 \text{ rad/s}$

Função Derivativa (jw)

$$20\log|j\omega| = 20\log|\omega| = 20\log(\omega)$$

- Tem somente parte imaginária
- Log da magnitude: $20 \log(\omega)$
- Ângulo de fase: 90° (constante)
- Inclinação é 20 dB/década na frequência de corte

Primeira Ordem

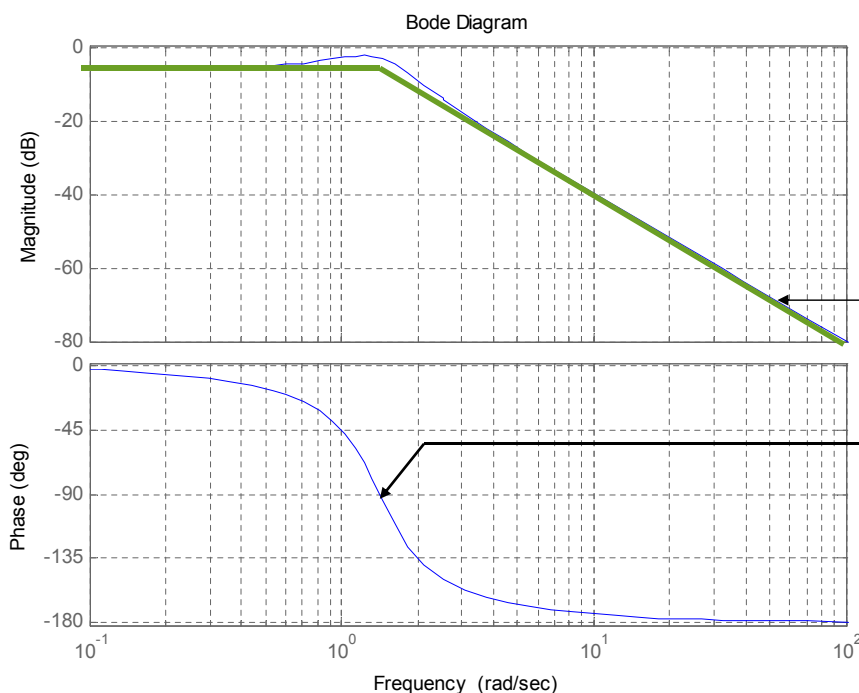


Termo quadrático

- Integral:
 - ▶ Frequência de quebra $\omega = \omega_n$
 - ▶ Inclinação: -40 dB/década
 - ▶ Ângulo de fase é -90° na frequência de quebra
- Derivativo:
 - ▶ Frequência de quebra $\omega = \omega_n$
 - ▶ Inclinação: 40 dB/década
 - ▶ Ângulo de fase é -90° na frequência de quebra
- Frequência Ressonante:

$$\omega_r = \omega_n \sqrt{1 - 2\zeta^2}$$

Termo quadrático



$$\left[1 + \frac{j\omega}{2} + \frac{(j\omega)^2}{2} \right]^{-1}$$

$$\omega_n = \sqrt{2}$$

Inclinação =
40dB/dec

Freq corte em 90°
 $\omega_n = \sqrt{2}$

Lembrando!!

Polos e Zeros e Função de Transferência

Caracterização: Considerando-se a função de transferência do slide anterior. Note que temos 4 diferentes tipos de termos na forma anterior geral da função de transf. fatorada:
Estes são:

$$K_B, \frac{1}{s}, \frac{1}{(s/p + 1)}, (s/z + 1)$$

Expressando em dB: Dada a função de transferência:

$$G(j\omega) = \frac{K_B(j\omega/z + 1)}{(j\omega)(j\omega/p + 1)}$$

$$20\log |G(j\omega)| = 20\log K_B + 20\log |(j\omega/z + 1)| - 20\log |j\omega| - 20\log |j\omega/p + 1|$$

wlg

Polos e Zeros e Função de Transferência

Ou seja: Temos que considerar 4 termos distintos:

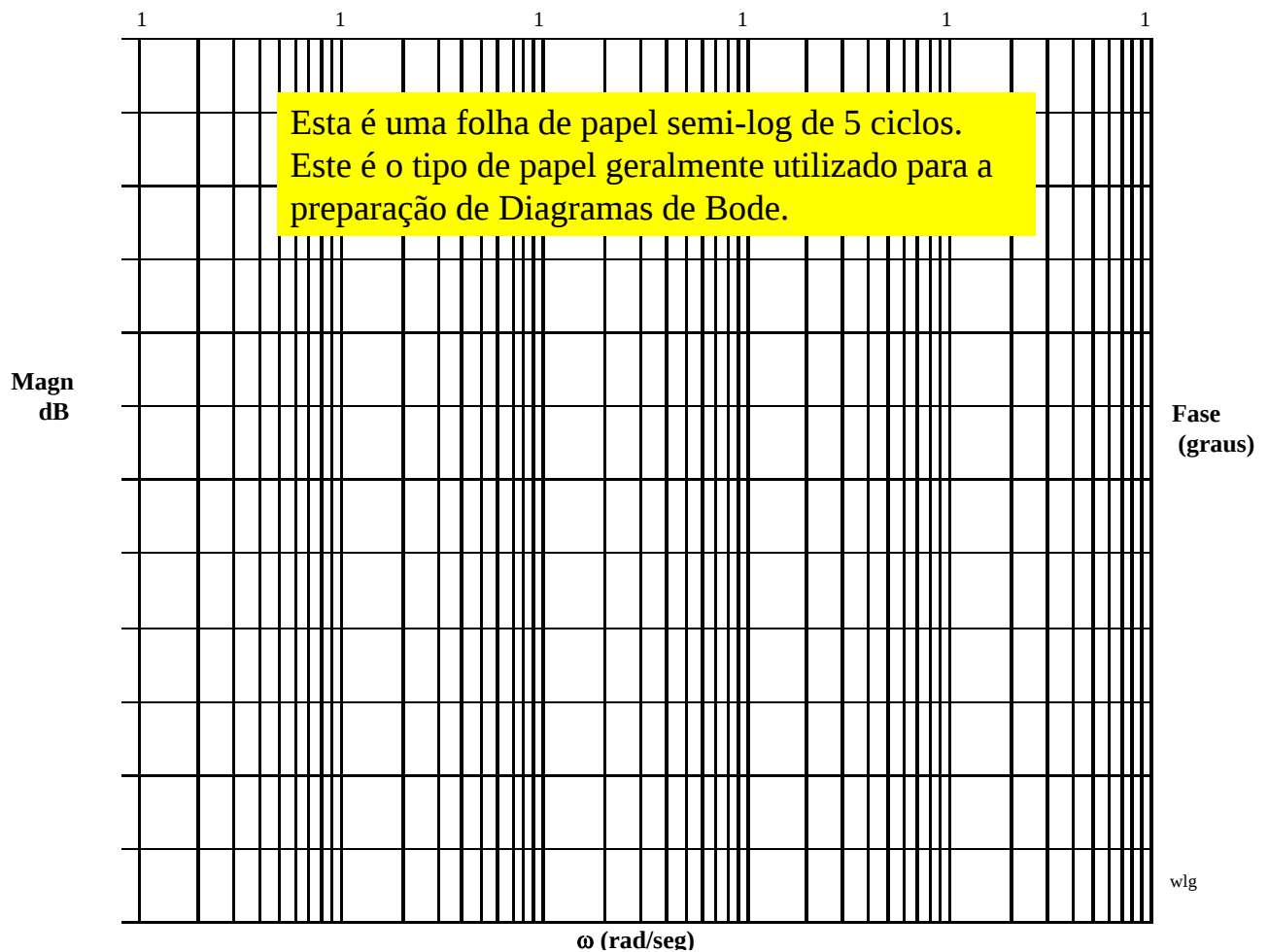
$$20\log K_B$$

$$20\log |(j\omega/z + 1)|$$

$$-20\log |j\omega|$$

$$-20\log |(j\omega/p + 1)|$$

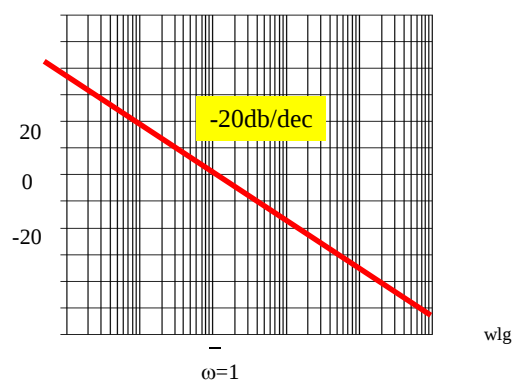
wlg



Polos e Zeros e Função de Transferência

Método: O termo ganho, $20\log K_B$, é apenas tantos dB e esta é uma linha reta no papel de Bode, independente do ω (frequência em rad).

O termo $-20\log |jw| = -20\log w$, quando plotados em papel semi-log é uma linha reta inclinada em -20dB/década . Ele tem uma magnitude de 0 em $w = 1$.

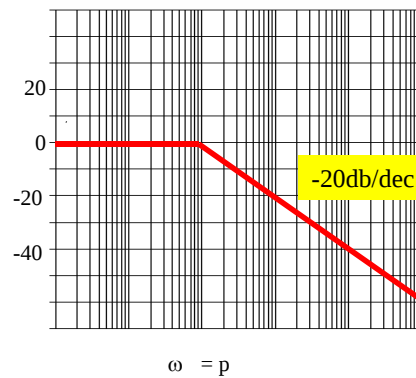


Polos e Zeros e Função de Transferência

Método:

o termo, $-20\log|j\omega/p + 1|$, é traçado seguindo a aproximação:
Se $\omega < p$ usamos a aproximação que $-20\log|j\omega/p + 1| = 0$ dB,
uma linha reta no Bode.

Se $\omega > p$ usamos a aproximação de $-20\log(\omega/p)$, que se inclina
com -20dB/dec iniciando em $\omega = p$. como ilustrado abaixo.

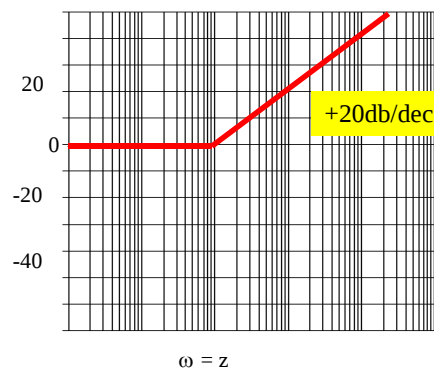


Polos e Zeros e Função de Transferência

Método:

Quando temos um termo de $20\log|j\omega/z + 1|$ nós
aprox. a ser uma linha reta de pendente 0 dB/dec
quando $\omega < z$.

Aproximamos como $20\log(\omega/z)$ quando $\omega > z$, a que é
uma linha reta no Diag. Bode com uma inclinação de
 $+20\text{dB/dec}$. Ilustrada abaixo:



Exercício 1:

Dada a:
$$G(j\omega) = \frac{50,000(j\omega + 10)}{(j\omega + 1)(j\omega + 500)}$$

Primeiro: Sempre, sempre, sempre obter os pólos e zeros de uma forma tal que as constantes sejam associadas com os termos JW. No exemplo acima fazemos isso fatorando 10 no numerador e 500 no denominador...

$$G(j\omega) = \frac{50,000 \times 10(j\omega/10 + 1)}{500(j\omega + 1)(j\omega/500 + 1)} = \frac{100(j\omega/10 + 1)}{(j\omega + 1)(j\omega/500 + 1)}$$

Segundo: Quando você não tem pólos nem zeros em 0, inicie o Bode em $20\log_{10}K = 20\log_{10}100 = 40 \text{ dB}$ neste caso.

wlg

Exercício 1: (contin.)

$$G(j\omega) = \frac{100 \left(\frac{j\omega}{10} + 1 \right)}{(j\omega + 1) \left(\frac{j\omega}{500} + 1 \right)}$$

Terceiro: Observar a ordem em que os pólos e zeros ocorrem. Este é o segredo de ser capaz de esboçar rapidamente o Bode.

Neste exemplo primeiro temos um pólo ocorrendo em 1, que faz com que o Bode quebre em 1 com uma inclinação de -20 dB/dec .

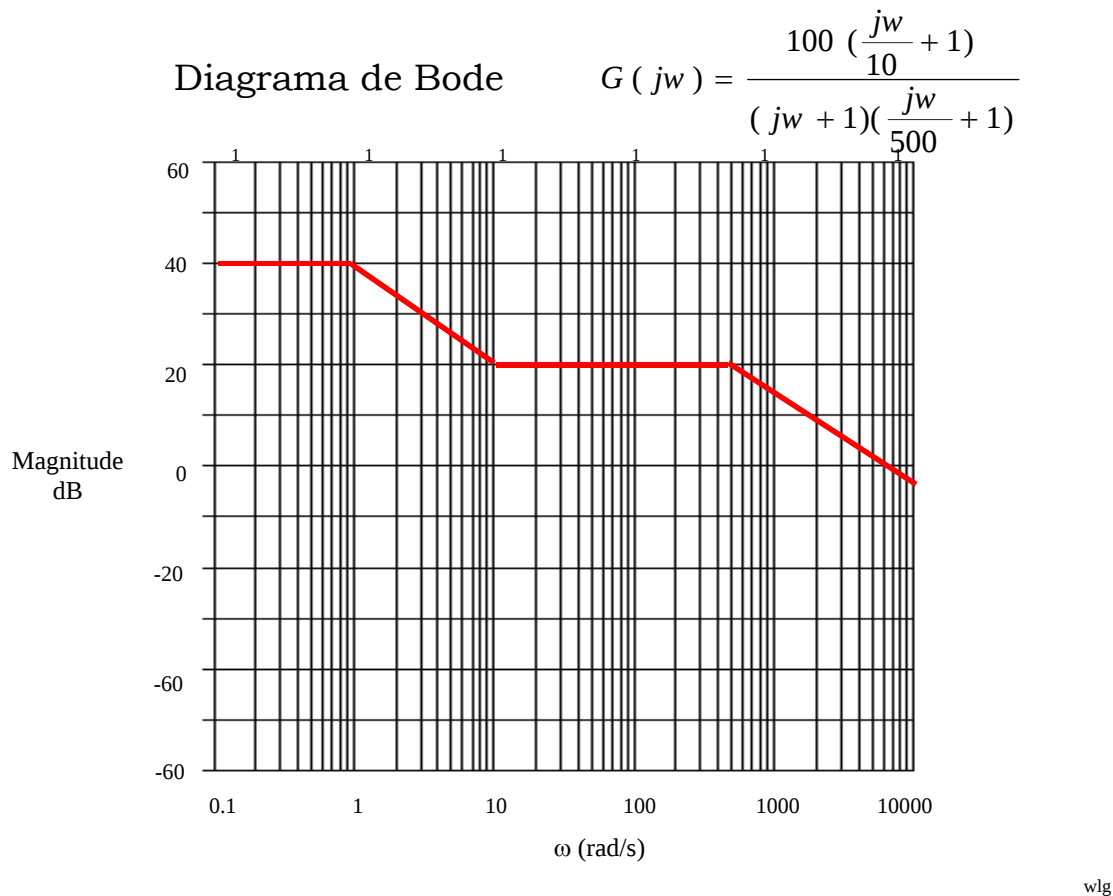
Logo, vemos um zero ocorre em 10 e faz com uma inclinação de $+20 \text{ dB/dec}$ que anula em -20 dB/dec , resultando uma linha reta (0 dB/dec). Finalmente, temos um pólo que ocorre em $\omega = 500$, que faz com que o Bode incline para baixo, com -20 dB/dec .

Agora estamos prontos para desenhar o Bode.

Antes de desenhar o Bode devemos observar o intervalo em que a função de transferência tem pólos ativos e zeros. Isto determina a escala nós escolhemos para o ω (rad/s) na parte inferior do Bode.

A escala dB depende da magnitude do gráfico e da experiência!

wlg



Usando Matlab para Resposta de Frequência

Instrução: Podemos usar Matlab para executar a resposta de frequência para o exemplo anterior. Colocaremos a função de transferência, sob a forma :

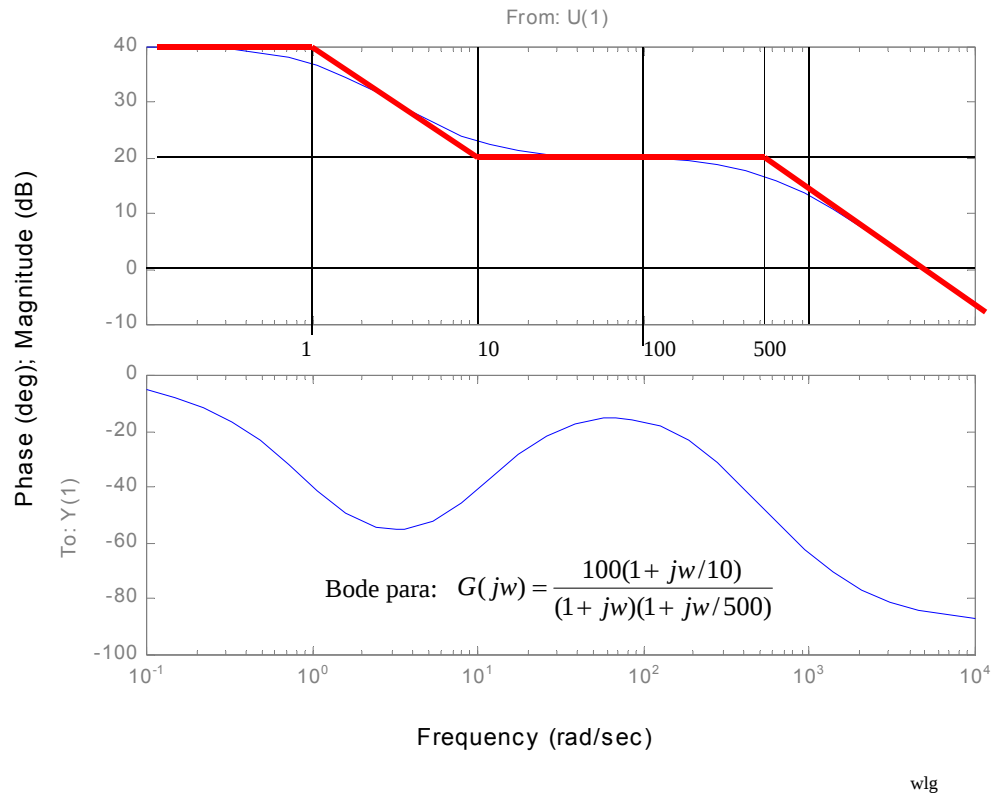
$$\frac{5000(s+10)}{(s+1)(s+500)} = \frac{[5000s+50000]}{[s^2+501s+500]}$$

Programa no Matlab

```
num = [5000 50000];
den = [1 501 500];
Bode(num,den)
```

No slide a seguir, os gráficos resultantes (exato) da amplitude e fase são mostrados na cor (azul). As assíntotas aproximadas para a magnitude são mostradas em linhas mais grossas (vermelha).

Bode Diagrams



Fase do Diagrama de Bode

Observação:

Geralmente, a fase de um diagrama de Bode de 2da-ordem não é tão fácil de plotar. Neste curso (TEQ102), vamos utilizar um método analítico mais fácil para determinação da fase.

Ilustração:

Considere a função de transferência do exemplo anterior.

Expressamos o ângulo de fase como:

$$\angle G(j\omega) = \tan^{-1}(\omega/10) - \tan^{-1}(\omega/1) - \tan^{-1}(\omega/500)$$

Estamos essencialmente tomando o ângulo de cada pólo e zero. Cada um destes são expressos como o $\tan^{-1}(\text{parte } j / \text{parte real})$

Normalmente, cerca de 10 a 15 cálculos são suficientes para determinar uma boa ideia do que está acontecendo com a fase (plote diretamente no Bode).

Exercício 2 :

Exercício 2:

Plote o diagrama de Bode para a seguinte função de transferência :

$$G(s) = \frac{10(s + 3)}{s(s + 2)(s^2 + s + 2)}$$

Solução:

Exercício 2:

1) Substitua s por $j\omega$! Temos

$$G(s) = \frac{10(j\omega + 3)}{(j\omega)(j\omega + 2)((j\omega)^2 + j\omega + 2)}$$

2) Re-escreva na forma padrão ... Pronto!!!

$$G(s) = \frac{7,5 \left(\frac{j\omega}{3} + 1 \right)}{(j\omega) \left(\frac{j\omega}{2} + 1 \right) \left(\frac{(j\omega)^2}{2} + \frac{j\omega}{2} + 1 \right)}$$

Solução:

Exercício 2:

do

$$G(s) = \frac{7,5 \left(\frac{j\omega}{3} + 1 \right)}{(j\omega) \left(\frac{j\omega}{2} + 1 \right) \left(\frac{(j\omega)^2}{2} + \frac{j\omega}{2} + 1 \right)}$$

temos:

$$7,5 \quad \left(\frac{j\omega}{3} + 1 \right) \quad (j\omega)^{-1} \quad \left(\frac{j\omega}{2} + 1 \right)^{-1} \quad \left(\frac{(j\omega)^2}{2} + \frac{j\omega}{2} + 1 \right)^{-1}$$

Solução:

- ❖ 7,5 é o ganho K
 - Log da magnitude = $20 \log (7,5)$
 - Fase = 0°
- ❖ O termo no numerador $\left(\frac{j\omega}{3} + 1 \right)$
 - Inclinação = 20 dB/década
 - Fase = 45° em $\omega = 3 \text{ rad/s}$

Solução:

- ❖ O termo $(j\omega)^{-1}$
 - ▶ Inclinação = -20 dB/década
 - ▶ Fase = -90° (constante)
- ❖ O termo $\left(\frac{j\omega}{2} + 1\right)^{-1}$
 - ▶ Inclinação = -20 dB/década
 - ▶ Fase = -45° em $\omega = 2$ rad/s

Solução:

- ❖ O termo $\left(\frac{(j\omega)^2}{2} + \frac{j\omega}{2} + 1\right)^{-1}$
 - ▶ Inclinação = -40 dB/década
 - ▶ Fase = -90° em $\omega = \sqrt{2}$ rad/s

O próximo passo consiste em combinar as assíntotas da magnitudes e fases, respectivamente, em seguida, adicionar todas elas a partir do esboço do diagrama de Bode (continuem!)

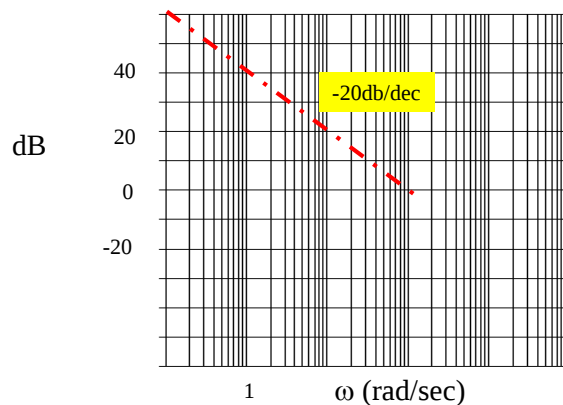
Exercicio 3: Dada a função de transferência. Plote a magnitude de Bode.

$$G(s) = \frac{100(1 + s/10)}{s(1 + s/100)^2}$$

Considere primeiro somente o termo de

$$\frac{100}{j\omega}$$

O que, qdo expressado em dB, são; $20\log 100 - 20 \log \omega$.
o que plotado abaixo.

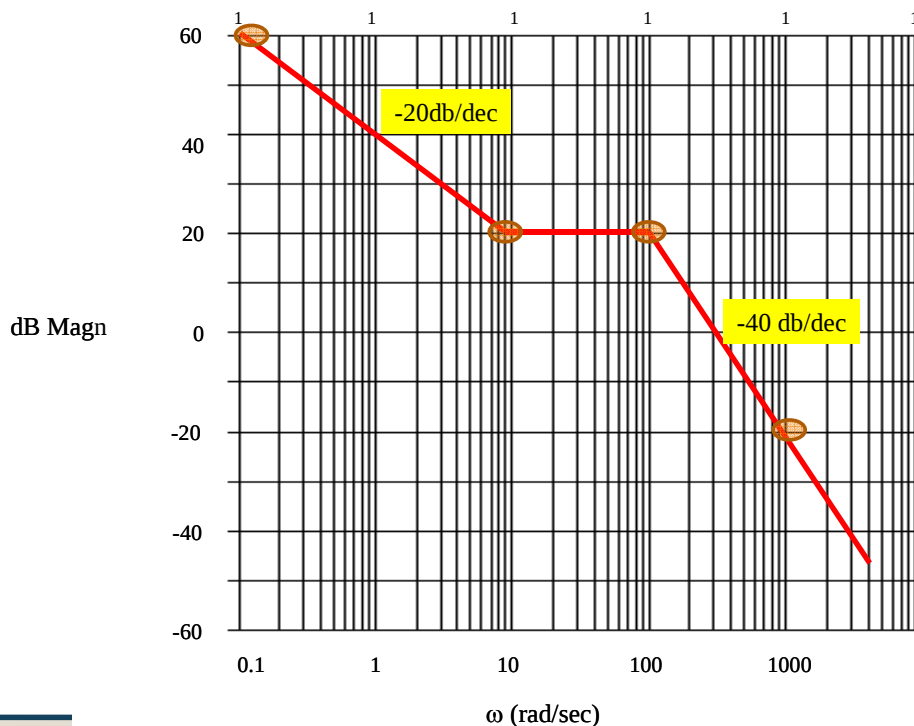


a é
uma linha de
tentativa usamos até
que encontramos o
primeiro polo (s) ou
zero (s) não na
origem.

wlg

Exemplo 3: (contin). O diagrama completo é mostrado abaixo.

$$G(s) = \frac{100(1 + s/10)}{s(1 + s/100)^2}$$

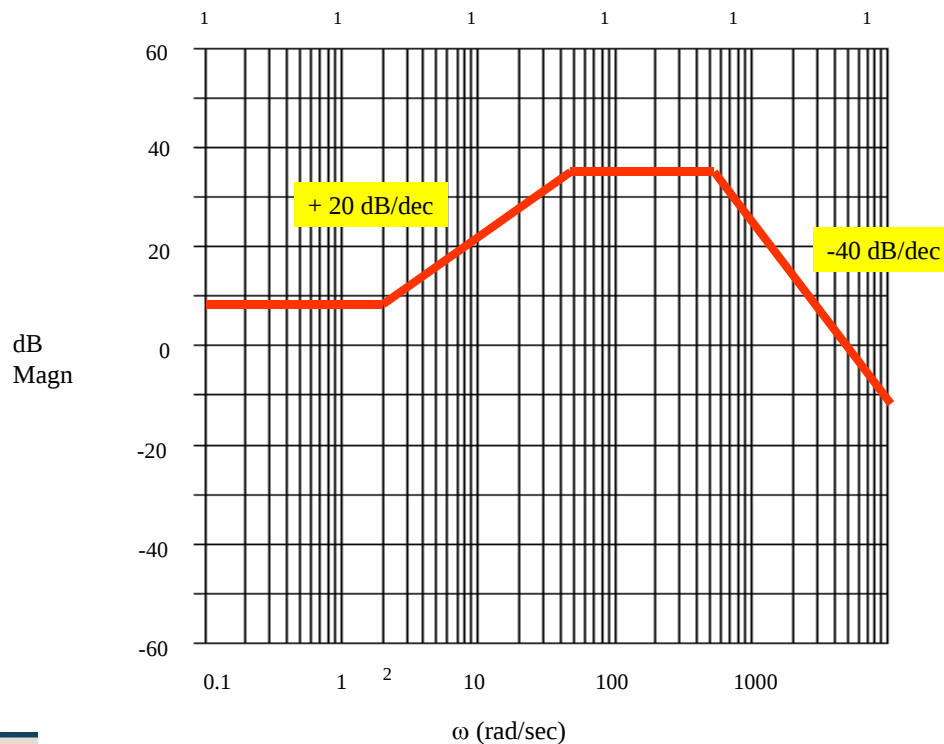


$$G(s) = \frac{100(1 + s/10)}{s(1 + s/100)^2}$$

wlg

Exemplo 4:

Dada a FT: $G(j\omega) = \frac{10(1 - j\omega/2)}{(1 + j0.025\omega)(1 + j\omega/500)^2}$



Identificação Problema: Obter $G(s)$ dada o seguinte diagrama de Bode

Exemplo 5

