Departamento de Engenharia Química e de Petróleo – UFF

Sistemas de Controle Multivariáveis:
Uma Introdução

custo

Profª Ninoska Bojorge

Controle de Processos Multivariáveis

Controle MIMO

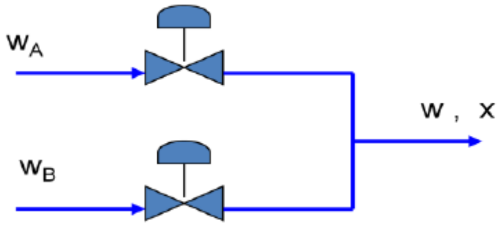
Até o momento temos vindo estudando problemas onde uma sinal de entrada gera uma sinal de saída (Single Input – Single Output, SISO).

Em problemas práticos de controle se apresentam muitas variáveis a controlar simultaneamente, que respondem aos estímulos de distintas sinais de entrada. (Multiple Input – Multiple Output, MIMO).

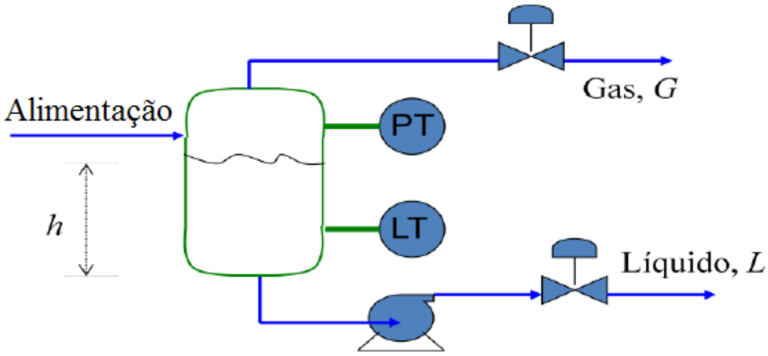
Por exemplo, o fato de tenhamos que controlar produção (no sentido de quantidade produzida) e qualidade (no sentido de composição) de um processo para que tenhamos ao menos duas saídas.

Controle de Processos Multivariáveis

Um caso tão simples como uma simples mistura de correntes implica um controle MIMO:

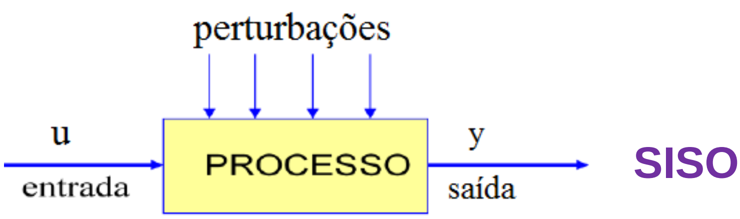


Um tanque flash também implica várias variáveis de entrada e de saída:

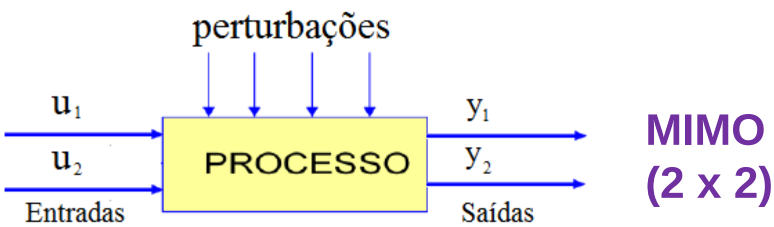


Problemas SISO x MIMO

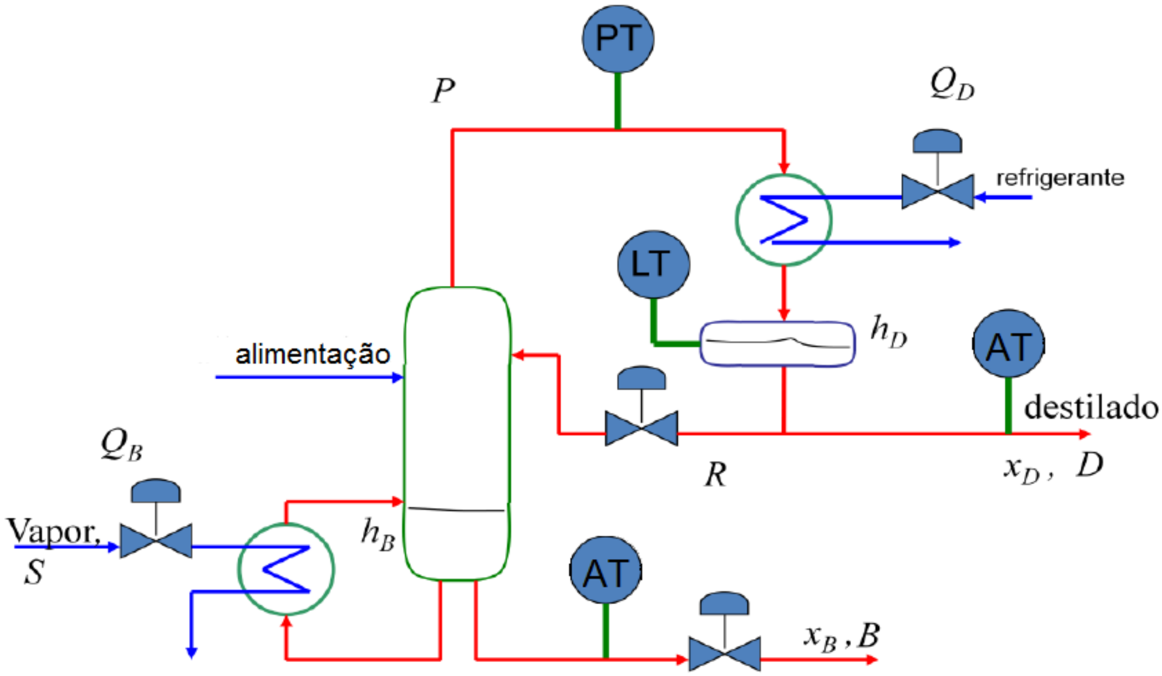
Em forma esquemática



Se temos duas entradas e duas saídas



- Variáveis controlada : x_D, x_B, P, h_D, e h_B
- Variáveis Manipuladas: D, B, R, Q_D, e Q_B



- Neste capítulo, vamos nós preocupar com as interações do processo caracterizando e selecionando uma configuração adequada de controle múltiplos.
- Se as interações do processo são significativas, mesmo para o melhor sistema de controle múltiplos podem não fornecer um controle satisfatório.
- Nestas situações há incentivos para considerar estratégias de controle multivariável.

Definições:

- Controle Multimalha: Cada variável manipulada depende apenas uma única variável controlada, isto é, um conjunto de controladores de realimentação convencionais.
- Controle Multivariável: Cada variável manipulada pode depender de duas ou mais variáveis controladas.

Exemplos: desacoplamento de controle, controle por modelo preditivo

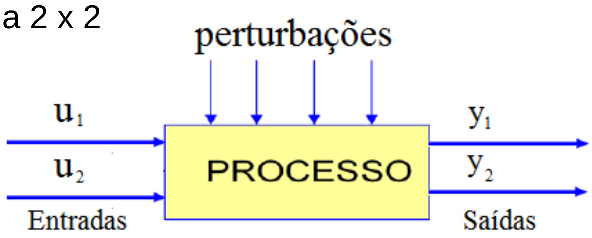
Estratégias de Controle Multimalhas

- Abordagem industrial típica
- Consiste na utilização de n controladores FB padrão (por exemplo, PID), um para cada variável controlada.

Projeto do sistema de controle

1. Selecionar as variáveis controladas e manipuladas.
2. Selecionar o emparelhamento das variáveis controladas e manipuladas.
3. Especificar os tipos de controladores de FB.

Exemplo: sistema 2 x 2



Dois possível emparelhamento de controles:

U_1 com Y_1, U_2 com Y_2 …ou

U_1 com Y_2, U_2 com Y_1

Nota: Para sistema n x n, n! configurações possíveis de emparelhamento.

Função de Transferência (Sistema 2 x 2)

Para definir a dinâmica do processo são necessárias 4 funções de transferência: 2 VC e 2 VM

$$\frac{Y_1(s)}{U_1(s)} = G_{P11}(s), \quad \frac{Y_1(s)}{U_2(s)} = G_{P12}(s)$$
$$\frac{Y_2(s)}{U_1(s)} = G_{P21}(s), \quad \frac{Y_2(s)}{U_2(s)} = G_{P22}(s)$$

Assim, as relações de entrada-saída para o processo pode ser escrita como:

$$Y_1(s) = G_{P11}(s)U_1(s) + G_{P12}(s)U_2(s)$$
$$Y_2(s) = G_{P21}(s)U_1(s) + G_{P22}(s)U_2(s)$$

Função de Transferência
(Sistema 2 x 2)

Ou na notação matricial,

$$\underline{Y}(s) = \underline{\underline{G}}_P(s)\underline{U}(s)$$

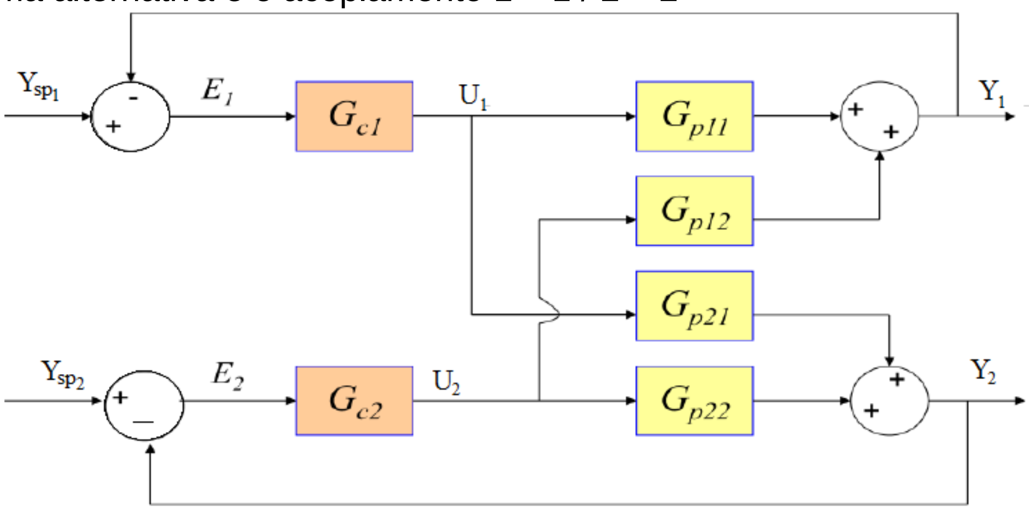
onde $\underline{Y}(s)$ e $\underline{U}(s)$ são vetores,

$$\underline{Y}(s) = \begin{bmatrix} Y_1(s) \\ Y_2(s) \end{bmatrix}, \quad \underline{U}(s) = \begin{bmatrix} U_1(s) \\ U_2(s) \end{bmatrix}$$

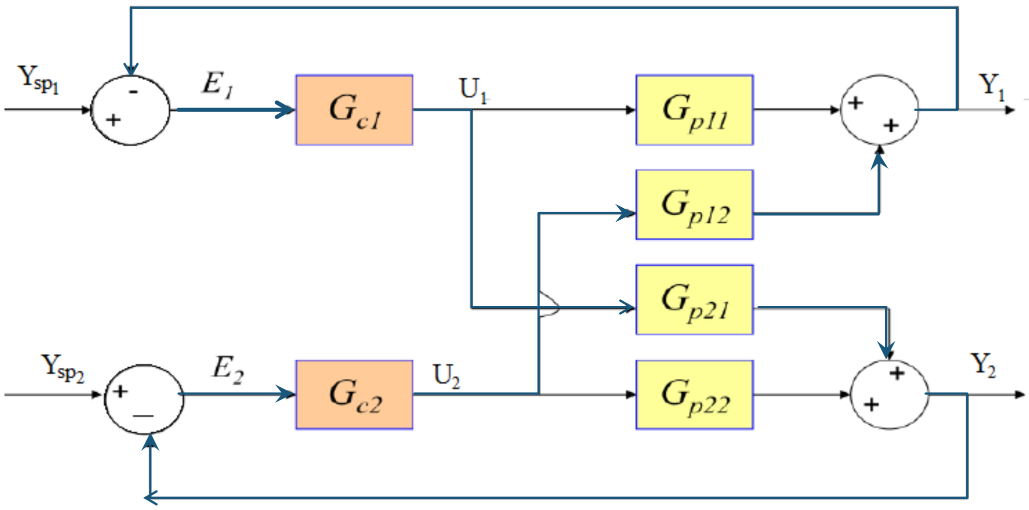
E $G_p(s)$ é a matriz de função de transferência para o processo

$$\underline{\underline{G}}_P(s) = \begin{bmatrix} G_{P11}(s) & G_{P12}(s) \\ G_{P21}(s) & G_{P22}(s) \end{bmatrix}$$

- Quando intervém várias variáveis se dão interações entre elas. Em geral, para um problema com n variáveis poderiam plantear-se em principio n! interações
- Voltando a um sistema de 2x2, podem identificar-se dois tipos de “acoplamentos” entre as sinais:
- Uma alternativa é o acoplamento 1 – 1 / 2 – 2



Neste esquema de conexão pode identificar-se una “malha oculta” que apresenta a interconexão das malhas mais além do esquema principal. Esta malha “oculta” tende a desestabilizar aos outras malhas e a fazer o ajuste mais difícil.



Interações de malhas de Controle

- Interações do processo podem induzir interações indesejáveis entre dois ou mais malhas de controle.
  Exemplo: Sistema 2 x 2 sistema
- Interações de malhas de controle são devidas à presença de um terceira malha Feedback.

Problemas decorrentes das interações em malha de controle

1. sistema de malha fechada pode tornar-se desestabilizado.
2. o ajuste do controlador torna mais difícil

Análise do Diagrama de Bloco

Para a configuração de controle de múltiplas malhas a função de transferência entre uma variável controlada e uma manipulada depende se as outras malhas de controle realimentadas estão abertas ou fechadas.

Exemplo: sistema 2 x 2, 1-1/2 -2 aparelhamento

Suponhamos que o controlador 2 se desconecta ou se coloca de modo que $U_2(s) = 0$. Então,

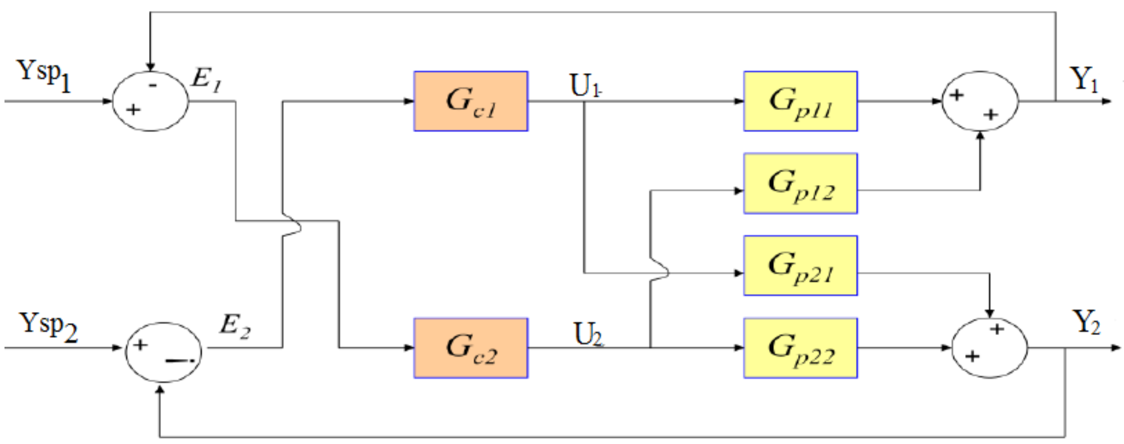
$$\frac{Y_1(s)}{U_1(s)} = G_{P11}(s),$$

Da álgebra de diagrama de bloco nós podemos mostrar que

$$\frac{Y_1(s)}{U_1(s)} = G_{P11} - \frac{G_{P12}G_{P21}G_{C2}}{1+G_{C2}G_{P22}}$$

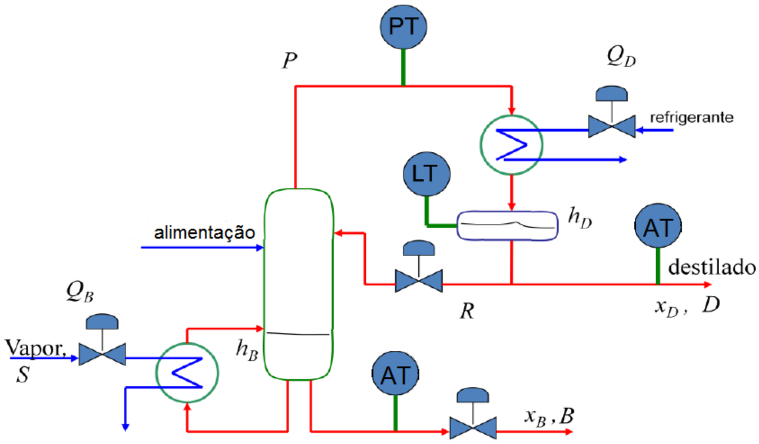
e o segundo termo é o termo de interação entre os duas malhas. Observe-se que ambas malhas não podem ser ajustadas independentemente.

- A outra alternativa é o acoplamento 1 – 2 / 2 – 1



E podem realizar-se as mesmas considerações que antes.

- Um sistema algo mais complexo já incrementa notoriamente o número de variáveis a controlar e manipular. Vejamos por exemplo um esquema (simplificado) de torre de destilação:



- Variáveis controlada : x_D, x_B, P, h_D, e h_B
- Variáveis Manipuladas: D, B, R, Q_D, e Q_B

Matriz de ganhos relativos (RGA)

- ✓ A RGA foi desenvolvida por Bristol (1966) e mede as interações de sistemas com múltiplas malhas, o que e útil na analise de sistemas de controle.
- ✓ Os elementos da RGA são definidos como a razão entre o ganho de malha aberta e a malha fechada. Sendo o calculo da RGA dependente dos ganhos do sistema em estado estacionário.

  Fornece dois tipos de informações úteis:

  1) Medida de interações de processos
  2) Recomendação sobre o melhor emparelhamento das variáveis controladas e manipuladas.
- ✓ Requer conhecimento de ganhos no S.S., mas não processar dinâmica

Matriz de ganhos relativos (RGA)

Exemplo da Análise RGA: Sistema 2 x 2

Modelo do processo estacionário (steady-state),

$$Y_1 = K_{11}U_1 + K_{12}U_2$$
$$Y_2 = K_{21}U_1 + K_{22}U_2$$

A RGA é definida como:

$$\text{RGA} = \begin{bmatrix} \lambda_{11} & \lambda_{12} \\ \lambda_{21} & \lambda_{22} \end{bmatrix}$$

onde o ganho relativo, λ_{ij}, relaciona duas variável *i* , *j*

$$\lambda_{ij} = \frac{\left(\partial Y_i / \partial U_j \right)_U}{\left(\partial Y_i / \partial U_j \right)_Y} = \frac{\text{ganho malha aberta}}{\text{ganho malha fechada}}$$

Propriedades:

i) λ_{ij} é adimensional

ii) $\sum_i \lambda_{ij} = \sum_j \lambda_{ij} = 1.0$

Para sistema 2 x 2,

$$\lambda_{11} = \frac{1}{1 - \frac{K_{12}K_{21}}{K_{11}K_{22}}}, \qquad \lambda_{12} = 1 - \lambda_{11} = \lambda_{21}$$

Emparelhamento recomendado de Controle

Corresponde ao λ_{ij} que tem o maior valor positivo.

- Se construe a seguinte matriz de ganhos relativos

$$\underline{\underline{\Lambda}} = \begin{array}{c} \\ Y_1 \\ Y_2 \\ \vdots \\ Y_n \end{array} \begin{array}{c} \begin{array}{cccc} U_1 & U_2 & \cdots & U_n \end{array} \\ \begin{bmatrix} \lambda_{11} & \lambda_{12} & \cdots & \lambda_{1n} \\ \lambda_{21} & \lambda_{22} & \cdots & \lambda_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \lambda_{n1} & \lambda_{n1} & \cdots & \lambda_{nn} \end{bmatrix} \end{array}$$

Consideremos, para o sistema 2 x 2 ...

$$Y_1 = K_{11}U_1 + K_{12}U_2$$
$$Y_2 = K_{21}U_1 + K_{22}U_2$$

$$\left(\frac{\partial Y_1}{\partial U_1}\right)_{U_2} = K_{11}$$

Para calcular $\left(\frac{\partial Y_1}{\partial U_1}\right)_{U_2} = K_{11}$ como U_2= 0, $U_2 = -\frac{K_{21}}{K_{22}}U_1$

Então, $Y_1 = K_{11}\left(1 - \frac{K_{12}K_{21}}{K_{11}K_{22}}\right)U_1$ $\left(\frac{\partial Y_1}{\partial U_1}\right)_{Y_2} = K_{11}\left(1 - \frac{K_{12}K_{21}}{K_{11}K_{22}}\right)$

Portanto, $\lambda_{11} = \frac{1}{1 - \frac{K_{12}K_{21}}{K_{11}K_{22}}}$ $\lambda_{12} = \lambda_{21} = 1 - \lambda_{11}$ $\lambda_{22} = \lambda_{11}$

Em resumo,

$$\Lambda = \begin{bmatrix} \lambda & 1-\lambda \\ 1-\lambda & \lambda \end{bmatrix}$$

- Pode observar-se que se λ é próximo a 1 a interação entre Y_1 *e* U_1 *é* muito forte, entretanto que a segunda malha não exerce grande influência. Então a configuração preferida é a 1-1/2-2.
- Se λ é próximo a zero seria o contrário e a configuração preferida seria 1-2/2-1.
- As maiores interações entre as malhas se dão quando $\lambda = 0{,}5$.
- Se $\lambda > 1$ ao fechar a segunda malha se reduz o ganho entre Y_1 *e* U_1; o efeito é maior a maior λ.
- Se $\lambda < 0$ os ganhos da malha aberta e da malha fechada entre Y_1 *e* U_1 são de distinto sinal e por tanto não devem vincular-se; o efeito é maior a maior valor absoluto de λ.

EXEMPLO:

$$\underline{\underline{K}} = \begin{bmatrix} K_{11} & K_{12} \\ K_{21} & K_{22} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & 1.5 \\ 1.5 & 2 \end{bmatrix}$$

$$\therefore \underline{\underline{\lambda}} = \begin{bmatrix} 2.29 & -1.29 \\ -1.29 & 2.29 \end{bmatrix}$$

$\therefore$ Recomendado o aparelhamento de Y_1 e U_1, Y_2 e U_2.

EXEMPLO:

$$\underline{\underline{K}} = \begin{bmatrix} -2 & 1.5 \\ 1.5 & 2 \end{bmatrix} \Rightarrow \underline{\underline{\lambda}} = \begin{bmatrix} 0.64 & 0.36 \\ 0.36 & 0.64 \end{bmatrix}$$

$\therefore$Recomenda-se Y_1 com U_1, Y_2 com U_2.