

Exemplo

Desenhe o diagrama do lugar geométrico para a FTMA.

$$G(s) = \frac{K}{(s+1)(s+2)(s+3)}$$

$P_1 \quad P_2 \quad P_3$

Solução

1) nº de polos $n_p = 3$ i.e. $-1, -2, -3$
 nº de zeros $n_z = 0$ n' há zero nessa função (polin. no numerador)

2) nº de ramos do LGR $(n_p > n_z)$ i.e. $n_p - n_z = 3$
 Sign. cada ramo começará a partir de c/u localizações dos polos malha aberta
 como $n_z = 0$, todos os 3 ramos vão até ∞

3) Simetria?
 $n_p + n_z = 3$ (ímpar) se $\Sigma(n_p, n_z)$ é ímpar então tem um polo no RHS.
 $\Rightarrow$ eixo real possui um plo de LGR.

Eixo real presente $-\infty$ a -3 (ímpar)
 polos a direita de $-\infty$

ausente entre -3 a -2 (inclusivo)
 polos a direita de -3 .

4) Assíntotas?
 Eixo presente entre -2 a -1 (ímpar)
 polos a direita de -2 .

Centróide das assíntotas

$$\sigma_c = \frac{\Sigma(-P_i) - \Sigma(-Z_i)}{n_p - n_z} = \frac{(-1-2-3) - (0)}{3} = -2$$

$$\phi = \frac{180^\circ(2q+1)}{n_p - n_z}$$

$$q = 0, 1, \dots, (n_p - n_z - 1)$$

$$q = 0, 1, 2$$

$$\phi_1 = \frac{180}{3} = 60^\circ$$

$$\phi_2 = \frac{180(3)}{3} = 180^\circ$$

$$\phi_3 = \frac{180(4+1)}{3} = 300^\circ$$

5) Pto onde o LGR cruza com o eixo imaginário.

⇒ usar critério de Routh-Hurwitz.

Eq. característica

$$1 + \frac{K}{(s+1)(s+2)(s+3)} = 0$$

$$(s+1)(s+2)(s+3) + K = 0$$

$$s^3 + 6s^2 + 11s + 6 + K = 0$$

$$\therefore K = -s^3 - 6s^2 - 11s - 6$$

$$\text{logo } \frac{dK}{ds} = -3s^2 - 12s - 11 = 0$$

$$s = \frac{-12 \pm \sqrt{144 - 4(3)(11)}}{-6}$$

$$\therefore s \rightarrow 1.464 \text{ (Pto de ruptura)}$$

2.577 (não é possível)

$$\text{para } s = 1.464$$

$$K = 0.3849 \text{ (positivo)}$$

critério de ROUTH

s^3	1	
s^2	6	
s^1	$66 - (6+K)$	
s^0	$6+K$	

$$11$$

$$6+K \rightarrow P(s) = 6s^2 + 6+K$$

Pelo Critério de Routh

$$66 - (6+K) > 0$$

$$66 - (6+K) > 0$$

$$-K > -60$$

$$K < 60 \rightarrow K_{\max} = 60$$

com

$$6s^2 + 66 = 0$$

$$s = \pm \sqrt{-11} = \pm 3.31j$$

logo

$$0 < K < 60 \rightarrow \text{Estável}$$

$$K = 60 \rightarrow \text{crítica/estável}$$

$$60 < K < \infty \rightarrow \text{Instável}$$

