

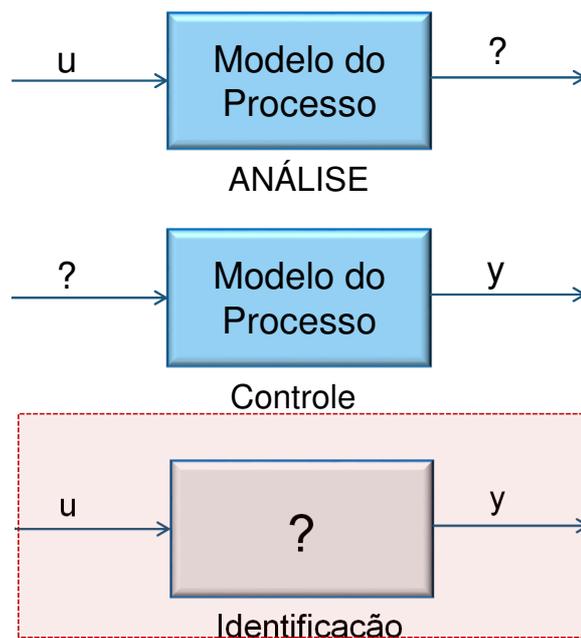


Disciplina: TEQ102- CONTROLE DE PROCESSOS

Métodos Clássicos de Identificação de Processos

Departamento de Engenharia Química e de Petróleo – UFF

Introdução à Identificação de Processos

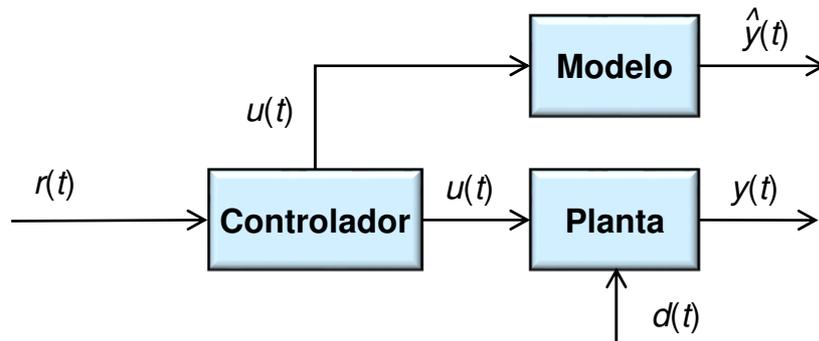


À determinação de dito modelo, a partir de ter algum conhecimento prévio sobre o processo e de experiências práticas, se lhe conhece como **Identificação de Processos**.

Introdução à Identificação de Sistemas

3/31

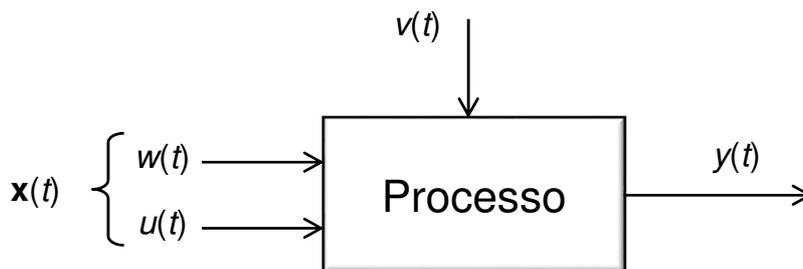
- A fim de projetar um controlador, se **deve** ter um **modelo**



- Um **modelo** é um sistema que **transforma** um **signal de entrada** num **signal de saída**.
- Normalmente, ele é representado por diferenciais (EDO ou EDP).
- O modelo é usado, explícita ou implicitamente, no projeto de controle.

Sinais & Definições

4/31



Tipicamente, um **sistema** recebe uma **signal de entrada**, $x(t)$ e transforma-lo num **signal de saída**, $y(t)$. Na modelagem e controle, isto é ainda dividido:

- $u(t)$ é o sinal de entrada que pode ser manipulada (**signal de controle**)
- $w(t)$ é o sinal de entrada que pode ser medida (**perturbação mensurável**)
- $v(t)$ é o sinal de entrada que não pode ser medida (**perturbação não mensurável**)
- $y(t)$ é o sinal de saída do processo

Normalmente, o conjunto de variáveis $u(t)$ e $w(t)$, constituem o *estado* do processo $x(t)$

Métodos de Identificação

5

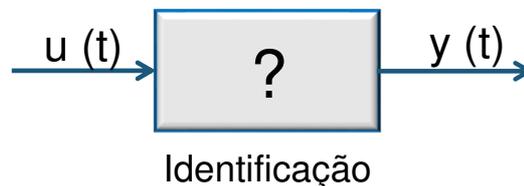
Teoricamente, para chegar a obter um modelo poderiam adotar-se enfoques diferentes:

- ❖ **Método Analítico (Fenomenológico):** determina-se as equações e parâmetros que intervêm a partir dos princípios da Física, da Química, Biológicos, mediante equações de balanços de massa e energia.
- ❖ **Método Empírico ou Heurístico (identificação de sistemas-via experimental):** na qual se considera o sistema como uma “caixa preta”, com determinadas entradas e saídas.
- ❖ Por analogia: Uso de equações de um sistema análogo
- ❖ Combinação das técnicas anteriores

Métodos de Identificação

6

Método empírico ou heurístico (via experimental).

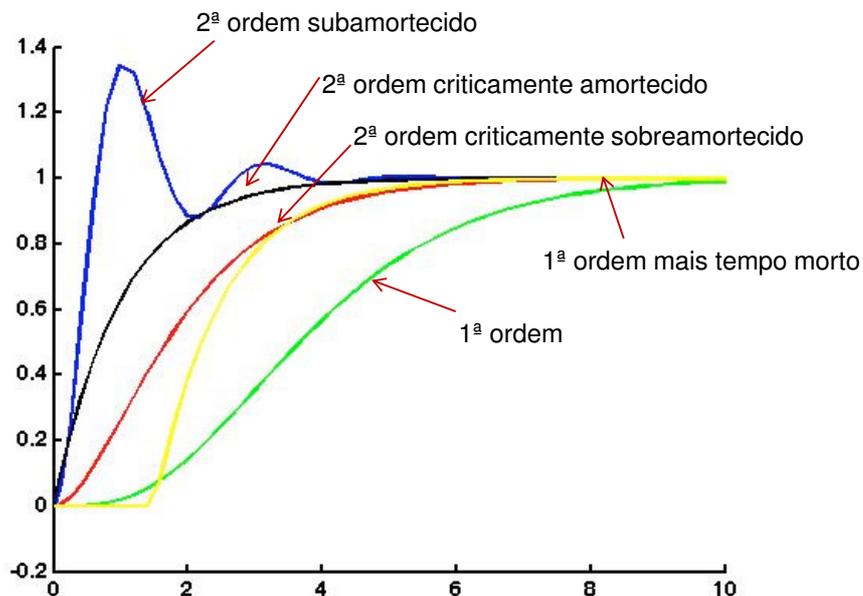


Nesta situação se realiza um conjunto de experimentos que proporcionaram pares de medidas das entradas e saídas durante a evolução do sistema até o estado estacionário, a partir dos quais se trataria de determinar o modelo do sistema.

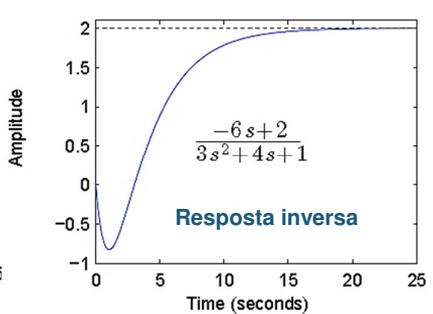
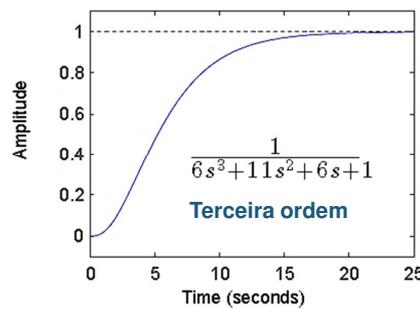
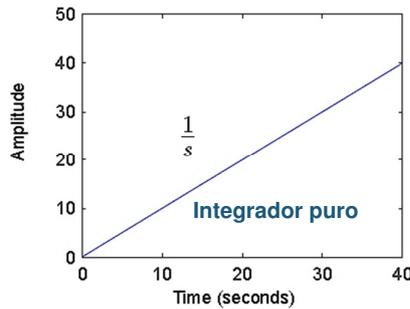
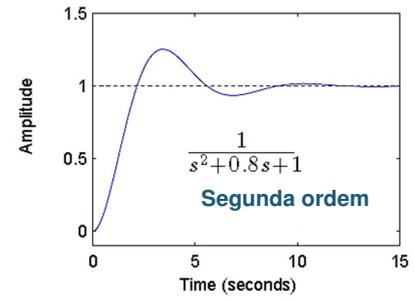
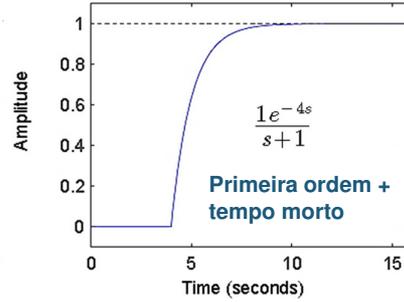
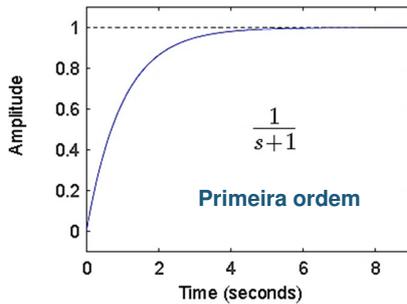
Propriedades de modelos empíricos:

- Válidos somente para as condições operacionais estudadas.
- Fornecem informações sobre variáveis usadas para sua construção.
- Fornecem pouca visão do processo.
- Fáceis de construir.
- Em geral, menos complexos do que os modelos obtidos teoricamente.

Métodos de Identificação



Métodos de Identificação



Métodos de Identificação

10

Objetivo:

- ❖ Identificar a dinâmica de processo de ordem baixa (ou seja, modelos de função de transferência de primeira e de segunda ordem)
- ❖ Estimar os parâmetros de processo (i. e., K_p , τ e ξ)

Metodologias:

1. Estimativa por Mínimos Quadrados
 - abordagem estatística mais sistemática
2. Métodos de Curva de Reação
 - processo rápido
 - fácil

Regressão linear simples: modelo em estado de equilíbrio

Como exemplo ilustrativo, considere um modelo simples linear entre uma variável de saída e de entrada y e variável u ,

$$y = \beta_1 + \beta_2 u + \varepsilon$$

onde β_1 e β_2 : parâmetros desconhecidos do modelo a ser estimado,
 ε : erro aleatório.

Regressão linear simples: modelo em estado de equilíbrio

A estimativa de y pode ser feita a partir do modelo de regressão,

$$\hat{y} = \hat{\beta}_1 + \hat{\beta}_2 u$$

onde $\hat{\beta}_1$ e $\hat{\beta}_2$ denotam os valores estimativos de β_1 e β_2 , e

\hat{y} : denota o valor previsto de y .

Seja Y o valor medido de y . Cada par de (u_i, Y_i) satisfaz as observações:

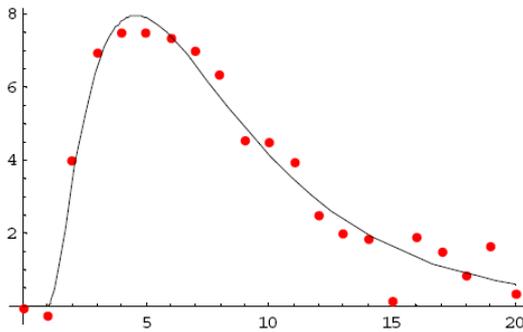
$$Y_i = \beta_1 + \beta_2 u_i + \varepsilon_i \quad (1)$$

Método dos mínimos quadrados

O método dos mínimos quadrados é amplamente utilizado para calcular os valores de b_1 e b_2 que minimizam a soma dos quadrados dos erros S para um número arbitrário de pontos de dados, N :

$$S = \sum_{i=1}^N \varepsilon_1^2 = \sum_{i=1}^N (Y_i - \beta_1 - \beta_2 u_i)^2 \quad (2)$$

- Substituir os valores desconhecido de b_1 e b_2 em (2) com as suas estimativas. Em seguida, usando (3), S pode ser escrito como:



onde:

$$S = \sum_{i=1}^N e_i^2 \quad (3)$$

$$e_i = Y_i - \hat{y}_i \quad (4)$$

Método dos mínimos quadrados

- O solução pelo método dos mínimos quadrados que minimiza a soma do erros ao quadrado, S , é dada por:

$$\hat{\beta}_1 = \frac{S_{uu}S_y - S_{uy}S_u}{NS_{uu} - (S_u)^2} \quad (5)$$

$$\hat{\beta}_2 = \frac{NS_{uy} - S_uS_y}{NS_{uu} - (S_u)^2} \quad (6)$$

onde:

$$S_u \triangleq \sum_{i=1}^N u_i \quad S_{uu} \triangleq \sum_{i=1}^N u_i^2 \quad S_y \triangleq \sum_{i=1}^N Y_i \quad S_{uy} \triangleq \sum_{i=1}^N u_i Y_i$$

Extensões dos Mínimos Quadrados



- Estimativa do Mínimos quadrados pode ser estendido aos modelos mais gerais:
 1. Com mais do que uma variável de entrada ou de saída.
 2. Funcionais das variáveis de entrada u , tais como polinomiais e exponenciais, enquanto os parâmetros desconhecidos aparecem linearmente.
- Um modelo não linear em estado de equilíbrio o qual é linear nos parâmetros tem a forma,

$$y = \sum_{j=1}^p \beta_j X_j + \varepsilon \quad (7)$$

onde cada X_j é uma função não linear de u .

A soma dos quadrados da função análoga a eq (2) é

$$S = \sum_{i=1}^N \left(Y_i - \sum_{j=1}^p \beta_j X_{ij} \right)^2 \quad (8)$$

o qual pode ser escrito como,

$$S = (\mathbf{Y} - \mathbf{X} \boldsymbol{\beta})^T (\mathbf{Y} - \mathbf{X} \boldsymbol{\beta}) \quad (9)$$

Onde o sobrescrito T denota a matrix transposta e :

$$\mathbf{Y} = \begin{bmatrix} Y_1 \\ \vdots \\ Y_n \end{bmatrix} \quad \boldsymbol{\beta} = \begin{bmatrix} \beta_1 \\ \vdots \\ \beta_p \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{X} = \begin{bmatrix} X_{11} & X_{12} & \cdots & X_{1p} \\ X_{21} & X_{22} & \cdots & X_{2p} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ X_{n1} & X_{n2} & \cdots & X_{np} \end{bmatrix}$$

O mínimo quadrado estimado $\hat{\beta}$ é dado por,

$$\hat{\beta} = (\mathbf{X}^T \mathbf{X})^{-1} \mathbf{X}^T \mathbf{Y} \quad (10)$$

Considerando que a matriz: $\mathbf{X}^T \mathbf{X}$ é não singular de modo que sua inversa existe. Note que a matriz \mathbf{X} é composta de funções de u_j ; por exemplo, se:

$$y = \beta_1 + \beta_2 u + \beta_3 u^2 + \varepsilon$$

Este modelo é da forma de eq (7) se $X_1 = 1$, $X_2 = u$, e $X_3 = u^2$.

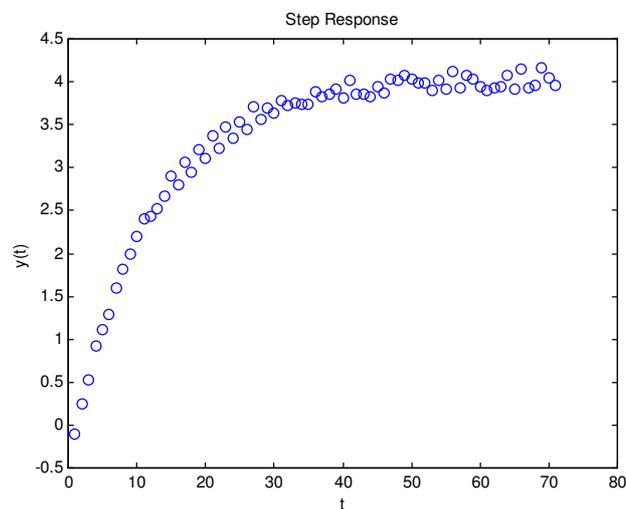
Processo de identificação

18

Mínimos Quadrados Não-Lineares – Ajuste de um processo de primeira ordem a partir dos dados de resposta degrau

Modelo

$$E[y(t)] = 3.0K_p(1 - e^{-t/\tau})$$

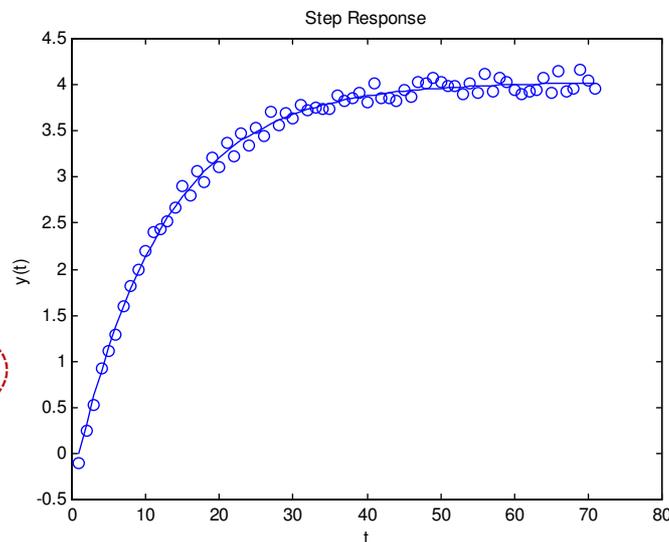


Processo de identificação

19

Resultados: Utilizando a função do "leastsq" do MATLAB obtém-se

Resultados do ajuste $K_p = 1.3432, \tau = 11.8962$



NÃO
abordaremos
esta aplicação
neste curso

Problema da Identificação

20

Na prática se combinam ambos enfoques, atuando em duas etapas:

Etapa de análises, na qual se tem em conta as leis físicas e as condições particulares de trabalho para estabelecer hipóteses sobre a estrutura e propriedades do modelo que se pretende identificar.

Etapa experimental, na qual se adotam as hipóteses estabelecidas anteriormente e se tem em conta as medições experimentais para determinar o modelo.

Estimação x Identificação

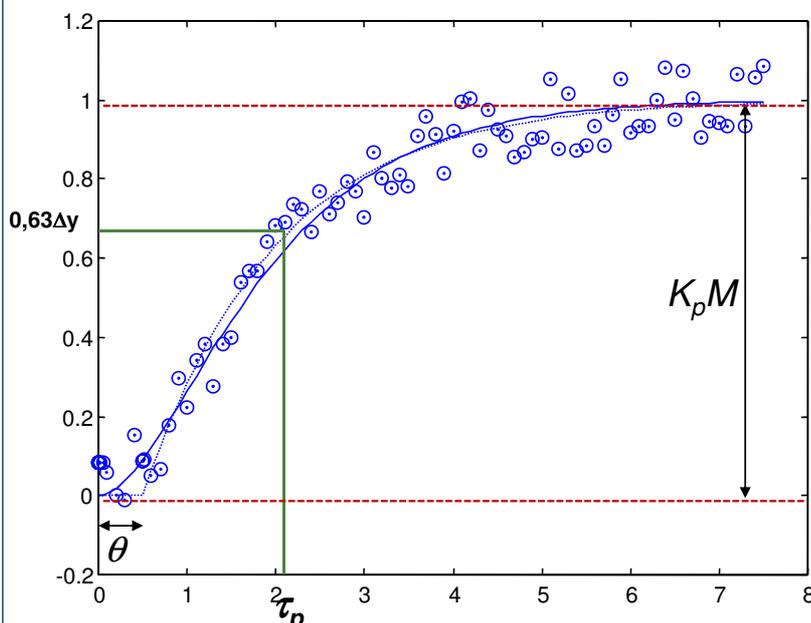
21

- ❖ Dependendo da comunidade científica que utilize a técnica, se fala de “parameter estimation”, “time series analysis” ou “Process identification”.
- ❖ Identificação de Processo é o termo usado pela comunidade de controle, o qual é mais amplo e inclui a estrutura do modelo e os parâmetros correspondentes a esse modelo. Também inclui os métodos não-paramétricos.

Determinação da constante de tempo do processo

22

- A partir do mesmo teste em malha aberta :
- Determina-se a τ_p graficamente (nota: τ_p dimensão do tempo)



O ganho do processo somente pode ser determinado a partir da informação de estado estacionário.

Nós precisamos de informações dinâmicas, para determinar a constante de tempo do processo.

Determinar os valores de K_p e τ_p de um processo dado é conhecido como *Processo de identificação*.

Uma abordagem computacional alternativa

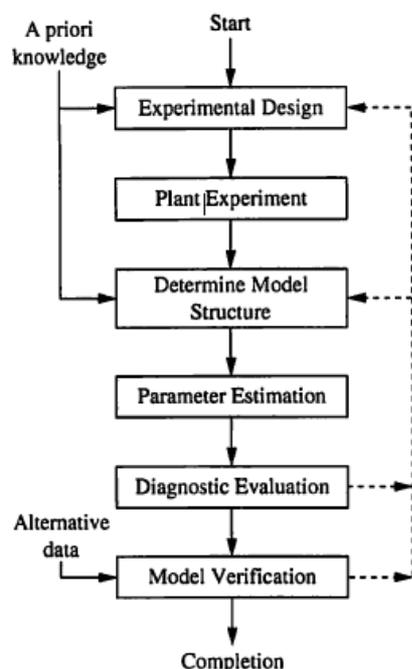
23

- Indicar a tarefa de identificação como um problema de otimização:
 - *A partir dos dados um modelo de primeira ordem, encontrar os valores de K_p e τ_p que permitam obter o melhor modelo que se ajuste aos dados experimentais.*
- Para o qual se precisa de pacote computacionais para executar o ajuste (ex. Matlab™, Control Station™, etc.)
- É recomendado realizar degrau ascendente e descendente na variável manipulada várias vezes para obter o “real” comportamento dinâmico do processo.
- Nunca confie nos resultados “brutos” ajustados apenas uma única vez!. Sempre julgar os resultados por meio da sobreposição a curva ajustada ao processo.

PROCEDIMENTOS PARA A IDENTIFICAÇÃO DE UM SISTEMA

24

A identificação de processos pode ser dividida nas seguintes etapas:



Process Control: Designing Processes and Control Systems for Dynamic Performance 2nd Edition by Thomas Marlin

A identificação de processos pode ser dividida nas seguintes etapas:

a) Testes dinâmicos e coleta de dados:

Os arquivos dos dados do processo têm o mesmo papel das equações constitutivas na modelagem teórica, pois fornecem as bases específicas para o desenvolvimento de modelos para processos específicos.

Como o modelo obtido pelo método identificação é totalmente baseado nos dados experimentais, é importante ter em mente que a informação que não está contida nos dados não pode aparecer num passe de mágica no modelo, da mesma forma que não é razoável esperar que uma equação constitutiva não especificada contribua para a qualidade do modelo teórico final.

A identificação de processos pode ser dividida nas seguintes etapas:

b) Escolha correta da estrutura dos modelos:

Consiste na determinação dos termos que devem compor os modelos, preferencialmente de forma automática, através do reconhecimento da importância destes diversos termos, utilizando os chamados dados de identificação e evitando a sobreparametrização que ocorre quando são utilizados mais termos do que o necessário;

c) Estimação de parâmetros utilizando métodos numéricos adequados;

d) Verificação da capacidade dos modelos em representar o processo estudado.

Métodos Gráficos de Identificação de Processos

27

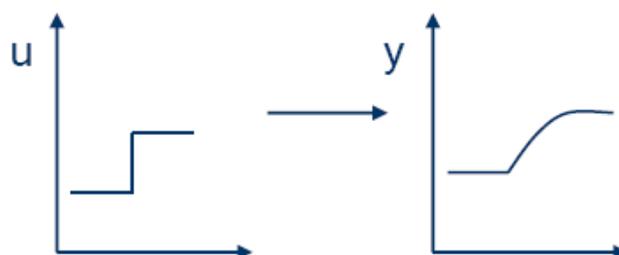
Esses métodos se caracterizam por determinar os parâmetros do modelo de uma forma gráfica, e por muito tempo se vem utilizando desta forma a pesar das imprecisões implícitas neles.

No obstante, com a ajuda da computador, muitos métodos gráficos se têm programados mediante algoritmos analíticos.

Identificação de sistemas de primeira e de segunda ordem usando uma entrada degrau

28

- 1) Ajustar o controlador para o modo manual.
- 2) Modificar a magnitude da variável de controle (acrécimo ou decréscimo).
- 3) Registrar (plotar) a variável de saída do processo. O gráfico da resposta de saída do processo para uma variação na entrada é muitas vezes referido como *curva reação do processo*.

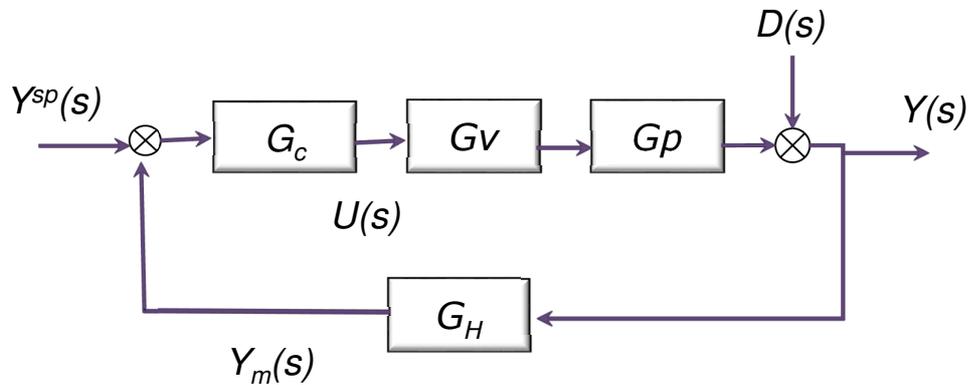


Métodos gráficos de Identificação de Processos

29

Método da curva de reação do processo:

- Baseado na aproximação do processo de primeira ordem mais um atraso:

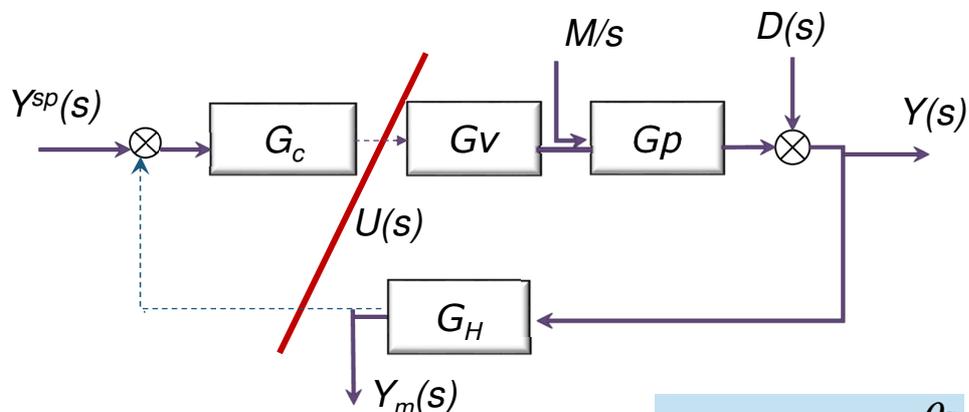


Métodos gráficos de Identificação de Processos

30

Método da curva de reação do processo:

- Baseado na aproximação do processo de primeira ordem mais um atraso:



1. Introduzir um Degrau na variável manipulada
2. Observar o comportamento $y_m(t)$
3. Montar um modelo de 1ª ordem mais tempo morto

$$Y_m(s) = \frac{KMe^{-\theta s}}{s(\tau s + 1)}$$

Métodos gráficos de Identificação de Processos

31

- Se o processo de interesse pode ser aproximado a um modelo linear de primeira ou de segunda ordem, os parâmetros do modelo podem ser obtidos por inspeção da curva reação do processo.
- A resposta de um modelo de primeira ordem,

$$\frac{Y(s)}{M(s)} = \frac{K}{\tau s + 1}$$

para uma variação degrau de magnitude M é:

$$y(t) = KM(1 - e^{-t/\tau})$$

Métodos gráficos de Identificação de Processos

32

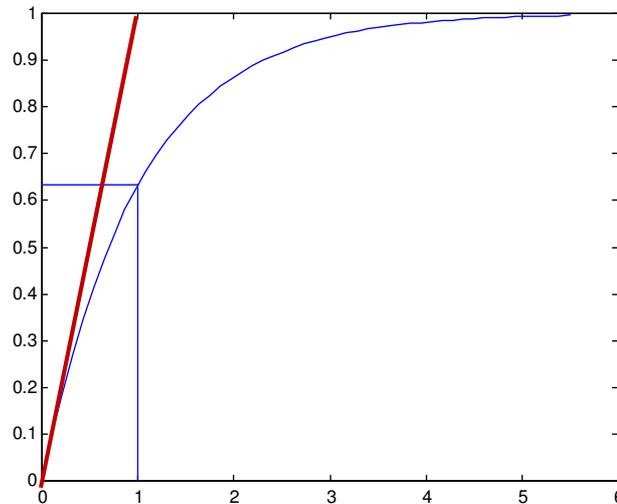
- A tangente inicial está dada por:

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{y}{KM} \right)_{t=0} = \frac{1}{\tau}$$

- O ganho pode ser calculado a partir das mudanças no estado de equilíbrio em u e y :

$$K = \frac{\Delta y}{\Delta u} = \frac{\Delta y}{M}$$

onde Δy é a variação no estado de equilíbrio de y



$$K = \frac{\Delta y}{\Delta u}$$

Resposta de um sistema de primeira ordem para uma perturbação degrau e construções gráfica utilizada para estimar a constante de tempo, τ .

Modelo de primeira ordem mais tempo morto

$$G(s) = \frac{Ke^{-\theta}s}{\tau s + 1}$$

Para este modelo POTM, observa-se as seguintes características de sua resposta a uma perturbação degrau são:

1. A resposta atinge 63,2% da sua última resposta no tempo,

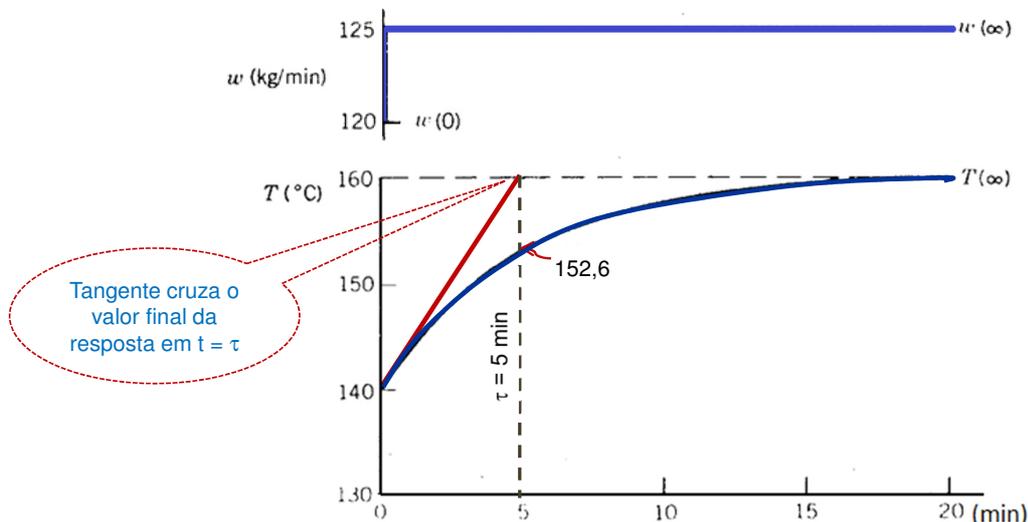
$$t = \tau + \theta.$$

2. A linha traçada tangente à resposta ($t = \theta$) na máxima tangente (intersecta a $y/KM = 1$ na linha ($t = \tau + \theta$)).
3. A resposta degrau é essencialmente completada em $t = 5t$.
Noutra palavra, o tempo do novo equilíbrio é $t_s = 5t$.

Exemplo 1 : Método da tangente máxima

35

Exemplo 1. A figura da resposta da temperatura T num CSTR para uma mudança degrau na velocidade do fluxo de alimentação W de 120 a 125 kg/min. Determine um modelo de primeira ordem aproximado para o processo nessas condições de operação.



Exemplo 1: Método da tangente máxima

Solução: Primeiro note que $\Delta W = M = 125 - 120 = 5$ kg/min desde

$$\Delta T = T(\infty) - T(0) = 160 - 140 = 20^\circ\text{C},$$

o ganho do processo é:

$$K = \frac{\Delta T}{\Delta W} = \frac{20^\circ\text{C}}{5\text{kg/min}} = 4^\circ\text{C/kg/min}$$

a constante de tempo obtida da construção gráfica mostrada é $\tau = 5$ min. Note que esse resultado coincide com o tempo quando o 63,2% da resposta é atingido, isto é:

$$0,63(160 - 140) = 12,64$$

assim, o modelo do processo desejado é:

$$\frac{T'(s)}{W'(s)} = \frac{4}{5s + 1}$$

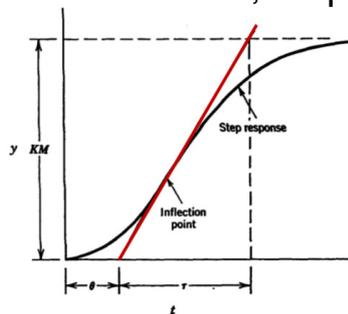
Na literatura de **controle de processos existe uma variedade de métodos baseado na resposta** do processo ao degrau para identificação de K , τ e θ .

Ilustram-se os seguintes métodos:

- Ziegler/Nichols_1942.
- Hägglund_1991.
- Smith_1985.
- Sundaresan_1977.
- Nishikawa_1984.

Método 1: Método do intercepto da pendente ou Método de máxima pendente de Ziegler & Nichols.

Consiste em tracejar uma tangente no ponto de inflexão da curva de reação do processo. Então, os parâmetros são determinados pela inspeção;



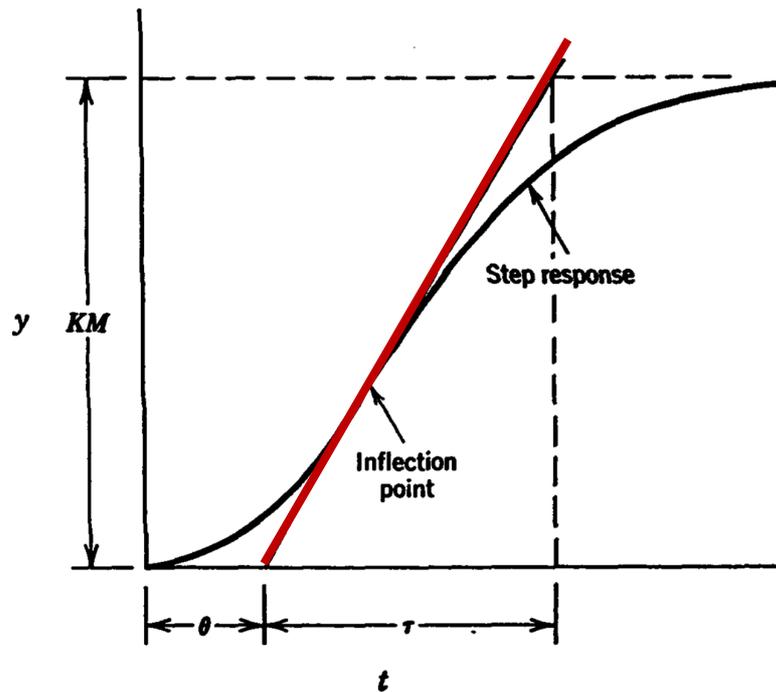
$$\tau = \Delta y / S_m$$

O tempo morto, θ , determina-se a partir da interseção da tangente de pendente S_m com o valor inicial da variável de saída.

Para uma resposta a uma mudança degrau de um sistema de 1ª ordem sem tempo morto atinja o 63,2 de seu valor final num $t = \tau$ ou seja:

$$t_{63} - \theta = \tau$$

Método 1: Método do *intercepto da pendente* ou de Ziegler-Nichols.



Análise gráfica da curva de reação do processo para obter os parâmetros do modelo de primeira ordem mais tempo morto.

39

2 – Método de Smith

40

- Baseia no método proposto por Cecil Smith (1972) no qual os valores de θ e de τ sejam selecionado de tal modo que o modelo e as respostas reais coincidam em dois pontos na que a região de elevada taxa de mudança. Assim,

$$\text{Processo de 1ª ordem + tempo morto} \quad \frac{Y(s)}{U(s)} = \frac{Ke^{-\theta s}}{\tau s + 1}$$

$$\text{e para uma entrada degrau, tem-se:} \quad Y(s) = \frac{Ke^{-\theta s}}{\tau s + 1} \frac{M}{s}$$

$$\text{Logo, por expansão por frações parciais:} \quad Y(s) = KM e^{-\theta s} \left[\frac{1}{s} - \frac{\tau}{\tau s + 1} \right]$$

Por transformada Inversa de Laplace e aplicando o teorema de translação, temos:

$$y(t) = KM u(t - \theta) \left[1 - e^{-(t-\theta)/\tau} \right]$$

2 – Método de Smith

41

Avaliando na eq. anterior os dois pontos recomendados por Smith :

$$t_1 = (\theta + \tau / 3) \quad \text{e}$$

$$t_2 = (\theta + \tau).$$

Temos:

$$y(\theta + \tau / 3) = KM [1 - e^{-1/3}] = 0,283\Delta Y_{ss}$$

$$y(\theta + \tau) = KM [1 - e^{-1}] = 0,632\Delta Y_{ss}$$

O valor de θ e τ podem ser obtidos por uma simples resolução do seguinte conjunto de equações

$$\theta + \frac{\tau}{3} = t_1$$

$$\theta + \tau = t_2$$

O que se reduz a :

$$\tau = \frac{3}{2}(t_2 - t_1)$$

$$\theta = t_2 - \tau$$

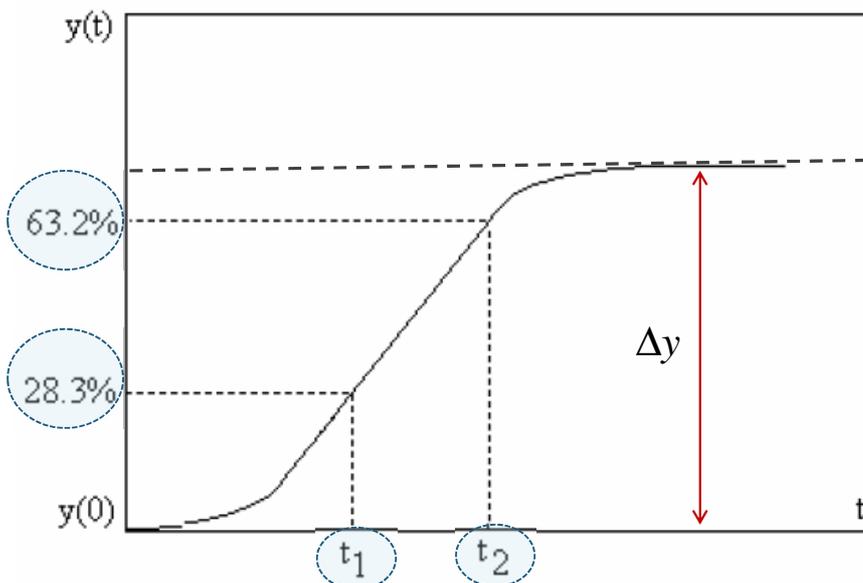
onde,

t_1 = tempo no qual $Y = 0,283\Delta Y_{ss}$

t_2 = tempo no qual $Y = 0,632\Delta Y_{ss}$

2 – Método de Smith

42



$$K = \frac{\Delta y}{\Delta u}$$

$$\tau = 1.5(t_2 - t_1)$$

$$\theta = t_2 - \tau$$

Método 3. Método de Sundaresan e Krishnaswamy

Este método também evita a utilização do ponto de inflexão para estimar a constante de tempo τ e de atraso de transporte θ .

- Eles propuseram que dois tempos, t_1 e t_2 , sejam estimados a partir da curva de resposta a um degrau, correspondente aos **35,3%** e **85,3%** da resposta, respectivamente.
- Então, o tempo de morto e a constante de tempo são estimados a partir das seguintes equações:

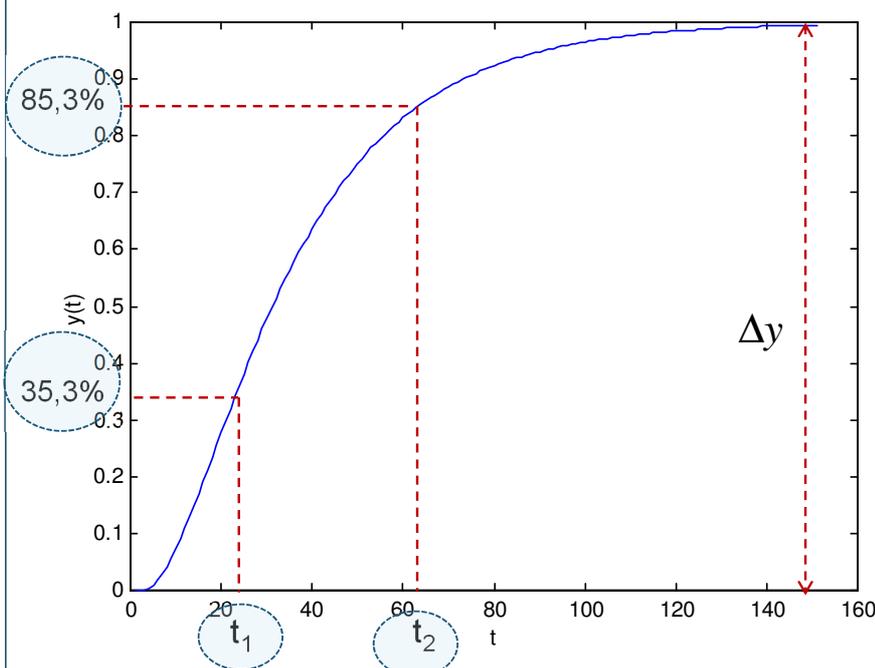
$$\theta = 1.3t_1 - 0.29t_2$$
$$\tau = 0.67(t_2 - t_1)$$

- Estes valores de θ e τ aproximadamente minimizam a diferença entre a resposta medida e a do modelo, com base numa correlação do conjunto de dados.

43

3- Método de Sundaresan e Krishnaswamy

44

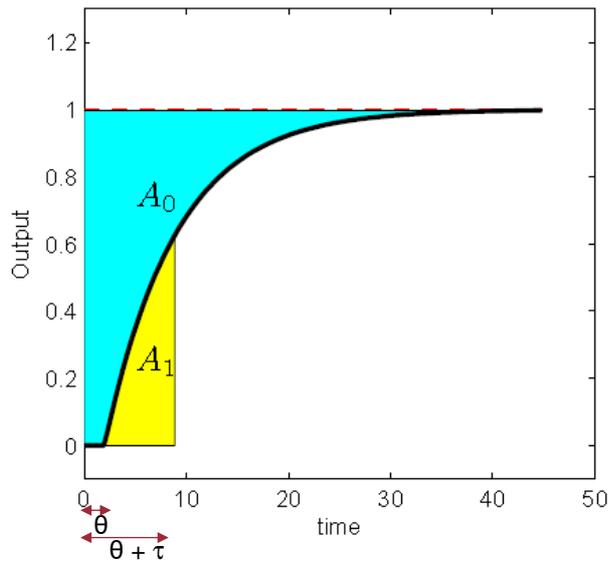


$$\theta = 1.3t_1 - 0.29t_2$$
$$\tau = 0.67(t_2 - t_1)$$

Sundaresan, K. R., C. Chandra Prasad and C. Krishnaswamy, 1978, Evaluating parameters for process transients, Ind. Eng. Chem. Process Des. Dev., Vol 17, pp 237-241

4 - Método de Nishikawa

45



1. Identifica o ganho da planta:

$$K = \frac{y(\infty) - y(0)}{u(\infty) - u(0)}$$

e normalizar os dados experimentais obtido do degrau unitário

$$y_{us} = \frac{y - y(0)}{K}$$

2. Calculo das áreas:

$$A_0 = \int_0^{\infty} (K - y_{us}(t)) dt$$

$$A_1 = \int_0^{t_1} y_{us}(t) dt$$

$$\therefore t_1 = A_0/K.$$

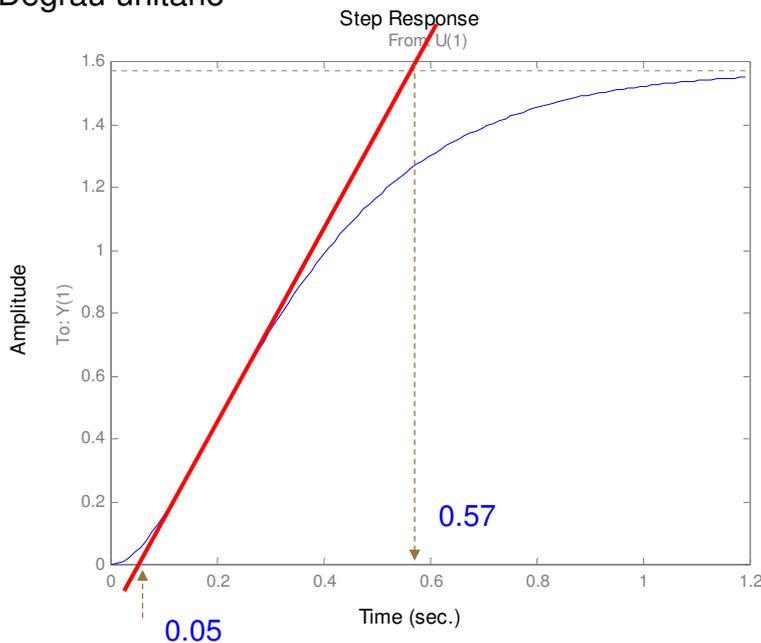
3. Finalmente, θ e τ se relacionam através de:

$$\tau = \frac{eA_1}{K} \quad e \quad \theta = \frac{A_0 - eA_1}{K} \quad \therefore e = \exp(1)$$

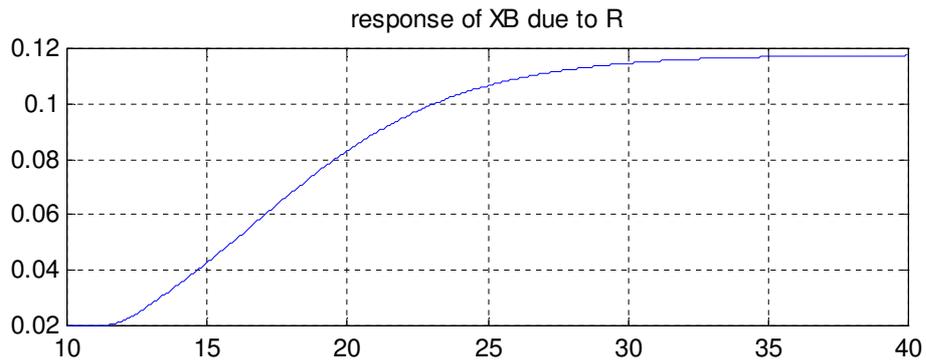
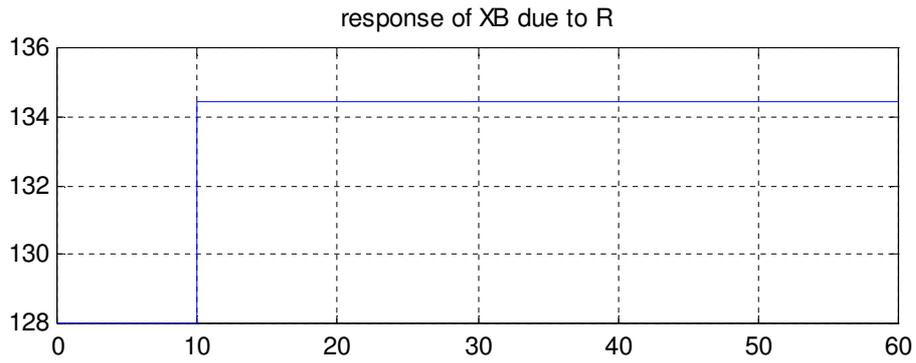
Exemplo 2: Usando Z&N. Para os dados experimentais nesta figura. Pede-se obter o modelo aproximado.

46

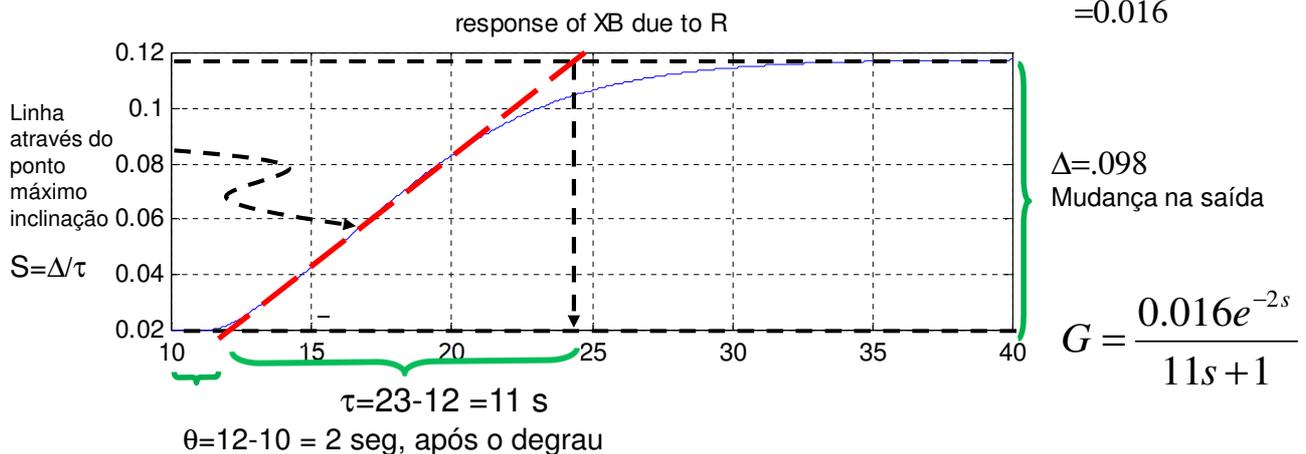
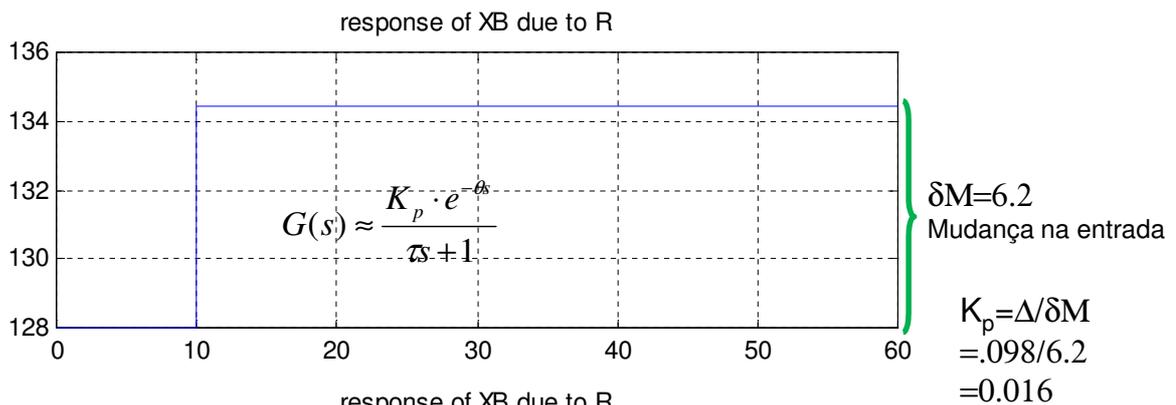
Degrão unitário



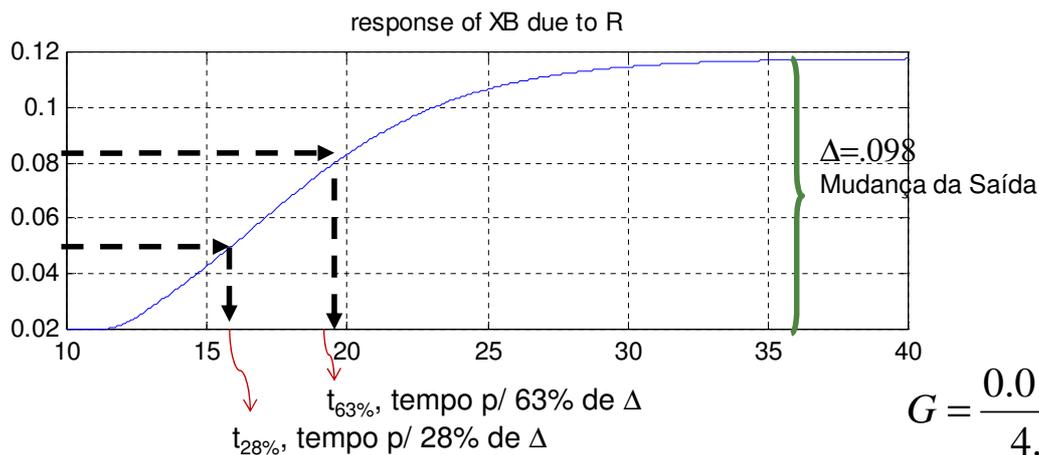
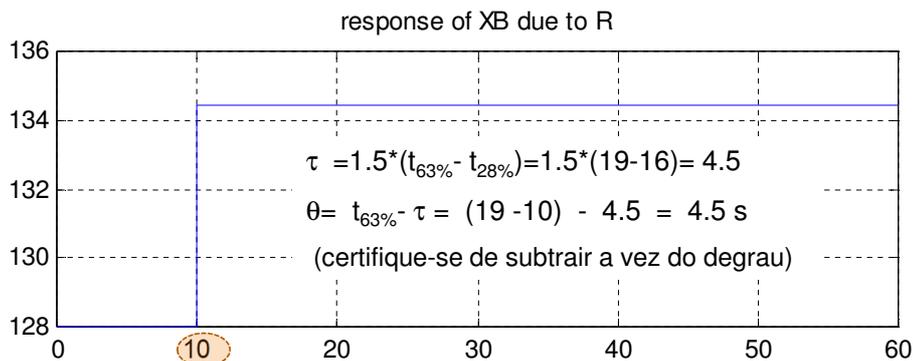
Ex 3: Resposta de X_B para um degrau na vazão de refluxo R



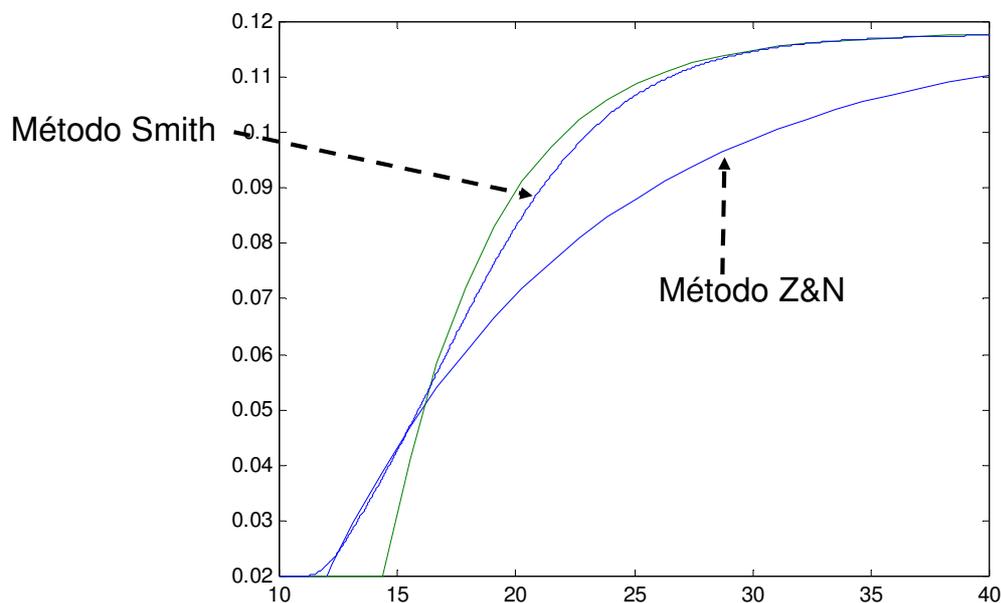
Aproximação de $G(s)$ usando Método Z&N:



Aproximação de G(s) usando Método Smith:



Comparação do Método I e II

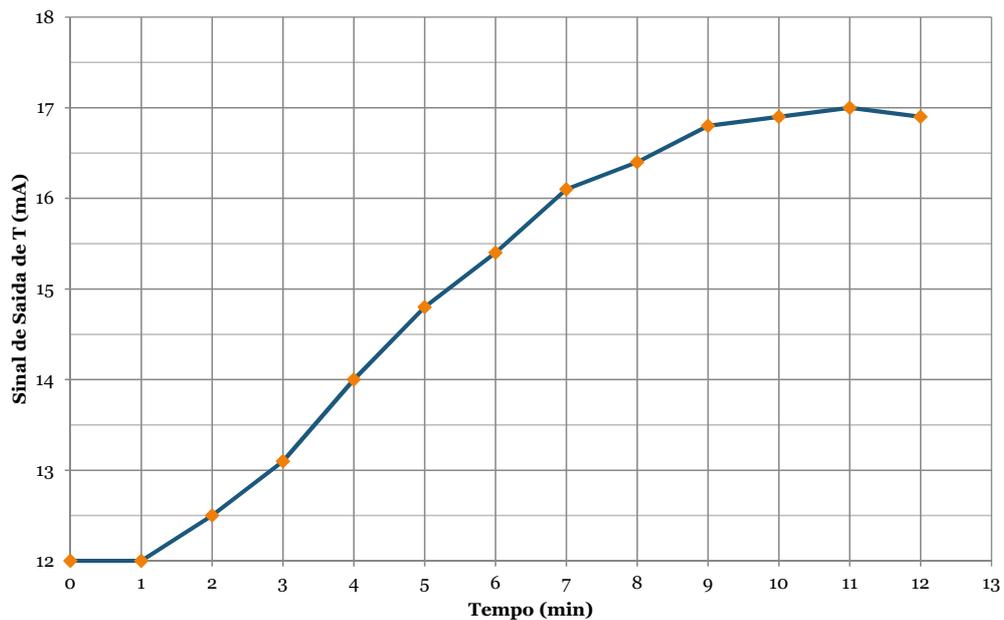


Exercício

O vapor de processo é aquecido usando um trocador de calor de casco e tubos. A temperatura de saída é controlada ajustando uma válvula de controle. Durante uma prova experimental malha aberta, a pressão de vapor P mudou repentinamente de 18 a 20 psig e os dados da temperatura são mostrados na seguinte tabela como pressão convertida a corrente pelo controlador. Por meio do método de Ziegler-Nichols determine o melhor modelo para estes dados.

t (min)	T (mA)
0	12
1	12
2	12,5
3	13,1
4	14
5	14,8
6	15,4
7	16,1
8	16,4
9	16,8
10	16,9
11	17
12	16,9

Plotando os dados, por exemplo numa planilha eletrônica



$$K = \frac{\Delta y}{M} = \frac{\Delta T}{\Delta P} = \frac{16.9 - 12}{20 - 18} = 2.45$$

$$16.9 - 12 = 4.9$$

$$4.9 * 0.632 = 3.0968$$

$$12 + 3.0968 = 15.0968$$

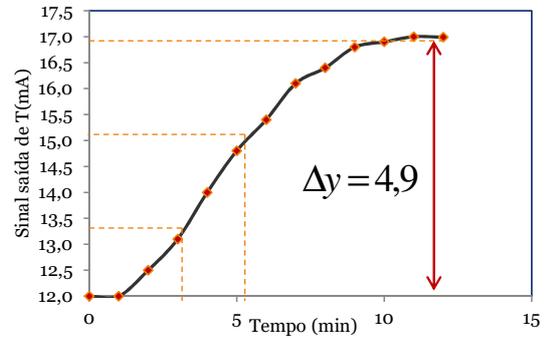
$$4.9 * 0.283 = 1.3867$$

$$12 + 1.3867 = 13.3867$$

$$t_{63.2} = 5.5$$

$$t_{28.3} = 3.1$$

$$\tau = \frac{3}{2}(t_{63.2} - t_{28.3})$$



$$\tau = \frac{3}{2}(t_{63.2} - t_{28.3})$$

$$\tau = 1.5(5.5 - 3.1) = 3.6$$

$$t_d = t_{63.2} - \tau$$

$$t_d = \theta = 5.5 - 3.6 = 1.9$$

$$G(s) = \frac{Ke^{-t_d s}}{\tau s + 1}$$

$$\frac{T'(s)}{P'(s)} = \frac{2.45e^{-1.9s}}{3.6s + 1}$$

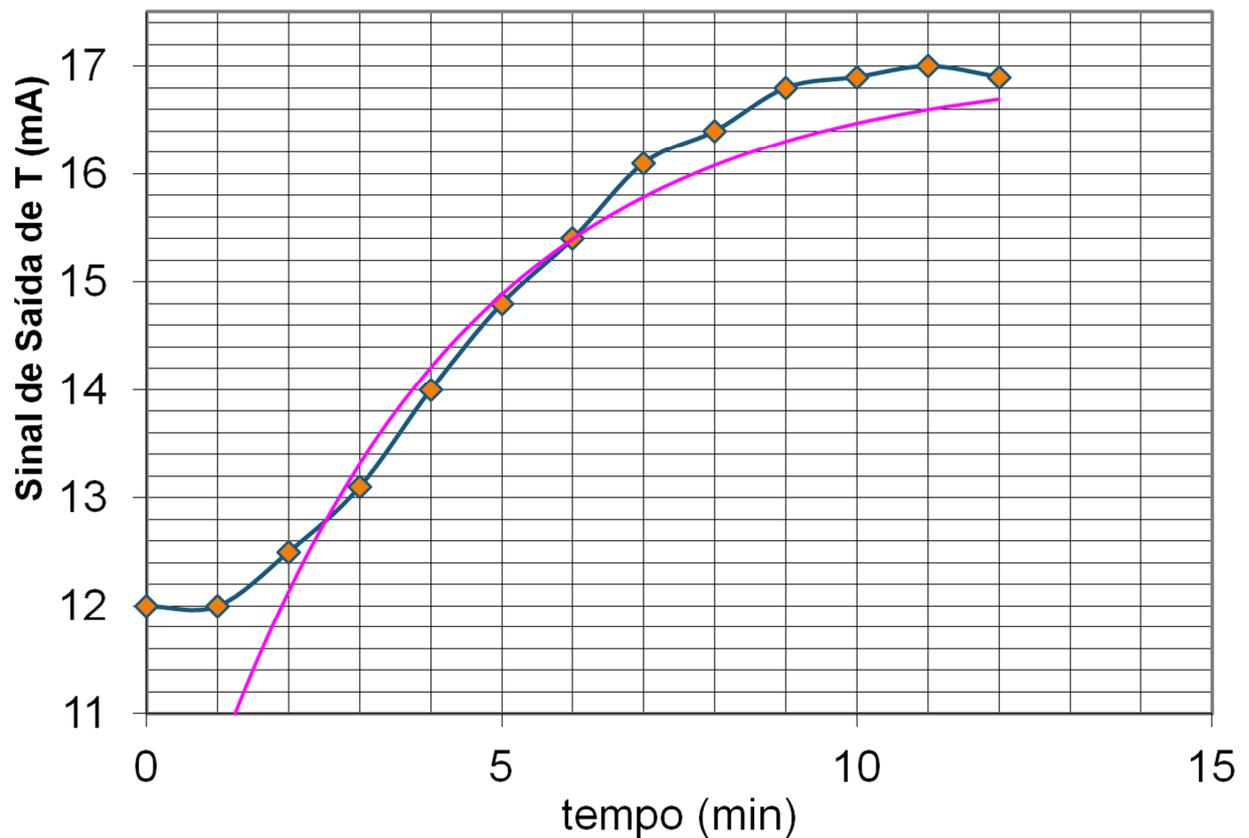
Substituindo o degrau

$$T'(s) = \frac{2(2.45)e^{-1.9s}}{s(3.6s + 1)}$$

Aplicando transformada inversa

$$T'(t) = KA(1 - e^{-(t-t_d)/\tau})$$

$$T'(t) = 4.9(1 - e^{-(t-1.9)/3.6})$$



Muito poucos gráficos experimentais da resposta degrau apresenta um comportamento de primeira ordem por que:

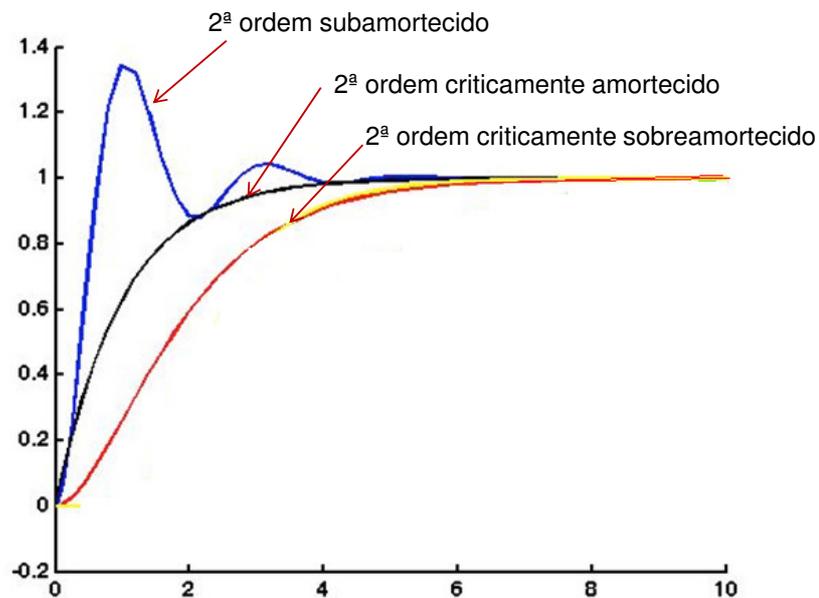
1. É difícil para construir uma perfeita entrada degrau
2. O verdadeiro modelo de processo não é de primeira ordem nem linear. Unicamente o mais simples processo exibirá tais modelos dinâmicos ideais.
3. A resposta de saída são usualmente corrompidas com ruído, isso é, contêm um componente aleatório na saída medida.
4. Outra entrada (perturbação) pode mudar durante o teste do degrau sem o conhecimento do operador.

Identificação de Modelo de 2ª ordem (com /sem overshoot) e tempo morto

57

Processo de identificação de Processos de 2ª Ordem

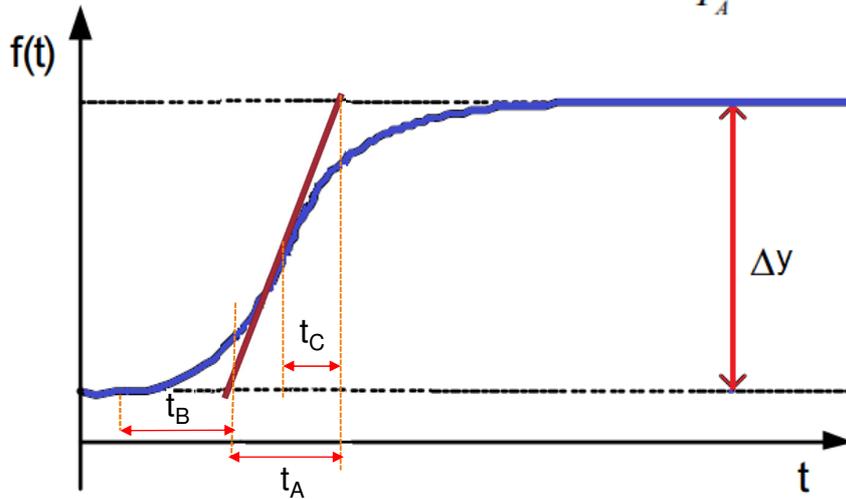
58



Modelo de 2ª ordem + tempo morto usando análise gráfico

O primeiro passo é desenhar a linha tangente a curva de reação do processo, como na figura abaixo, obtendo o ponto de inflexão, notando os valores de t_A e t_C como ilustrado. A razão das constantes de tempo é relacionada à razão t_C/t_A pela equação:

$$\frac{T_C}{T_A} = (1+x) \cdot x^{x/(1-x)}$$



onde:

x é igual a τ_1/τ_2

e a soma das

constantes de tempo é:

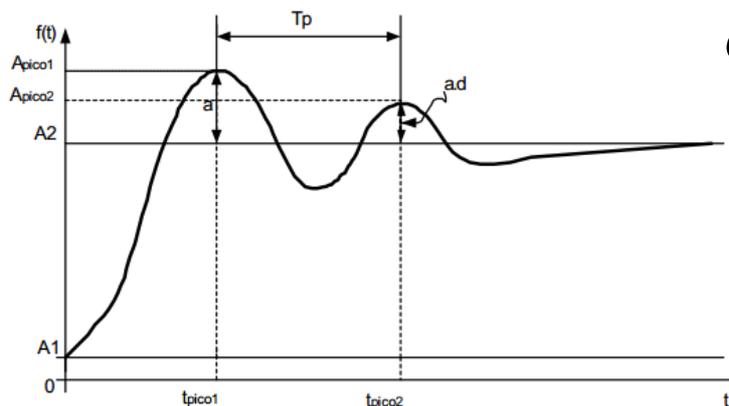
$$\tau_1 + \tau_2 = t_C$$

com t_C e t_A conhecidos, essas duas equações podem ser resolvidas implicitamente para as constantes τ_1 e τ_2 .

$$\theta = t_1 + t_C - t_A - t_B$$

59

• Segunda ordem com overshoot:



$$G(s) = \frac{K_p}{\tau^2 s^2 + 2\xi\tau s + 1}$$

Esse modelo de 2da ordem tem como os seguintes parâmetros:

K_p = ganho estático de processo;

ξ = fator de amortecimento e

w = frequência natural

onde:

$$\xi = \frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{2\pi}{\ln(d)}\right)^2}} \quad \text{e} \quad w = \frac{2\pi}{T_p \sqrt{1 - \xi^2}}$$

De acordo com a figura, temos:

$$a = A_{pico1} - A_2$$

$$a.d = A_2 - A_{pico2}$$

$$d = \frac{A_{pico2}}{A_{pico1}}$$

$$T_p = t_{pico2} - t_{pico1}$$

60

Estimação de Parâmetros de Modelos de Segunda ordem usando análise gráfico

Em geral, uma melhor aproximação à resposta de um degrau experimental pode ser obtido pelo ajuste os dados a um modelo de segunda ordem.

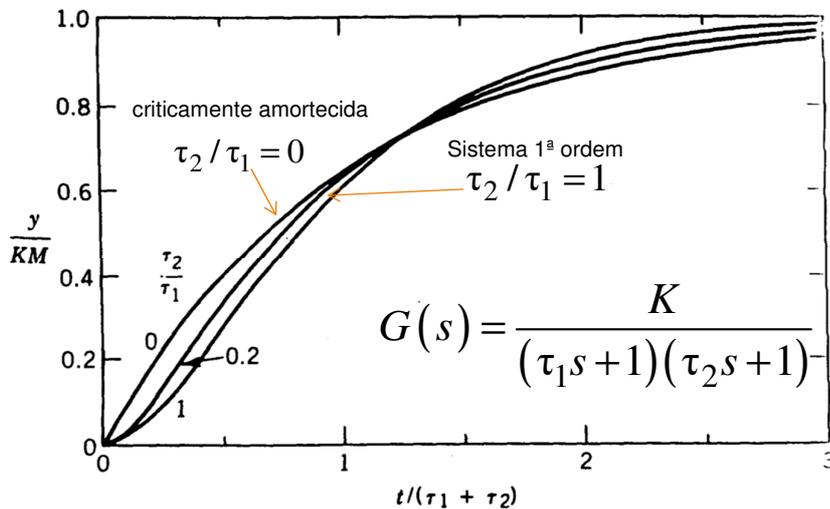


Figure 7.6 Step response for several overdamped second-order systems.

61

Estimação de Parâmetros de Modelos de Segunda ordem usando análise gráfico

- A Figura 7,6 (Seborg) mostra a faixa das formas que pode ocorrer na resposta degrau do modelo,

$$G(s) = \frac{K}{(\tau_1 s + 1)(\tau_2 s + 1)}$$

- A Figura 7,6 inclui dois casos: $\tau_2/\tau_1 = 1$ onde o sistema se torna de primeira ordem, e, $\tau_2/\tau_1 = 0$ caso o criticamente amortecida.
- O maior dos duas constantes de tempos, τ_1 , é a chamada constante tempo dominante.

62

Estimação de Parâmetros de Modelos de Segunda ordem usando análise gráfico

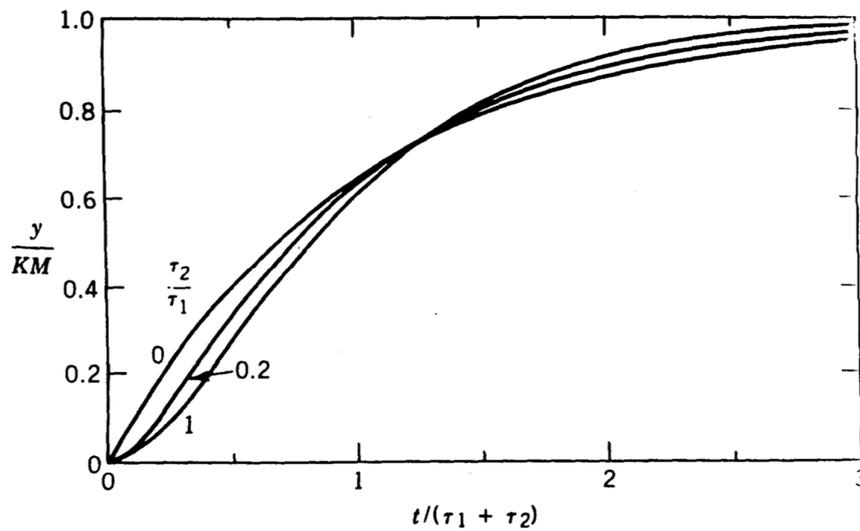
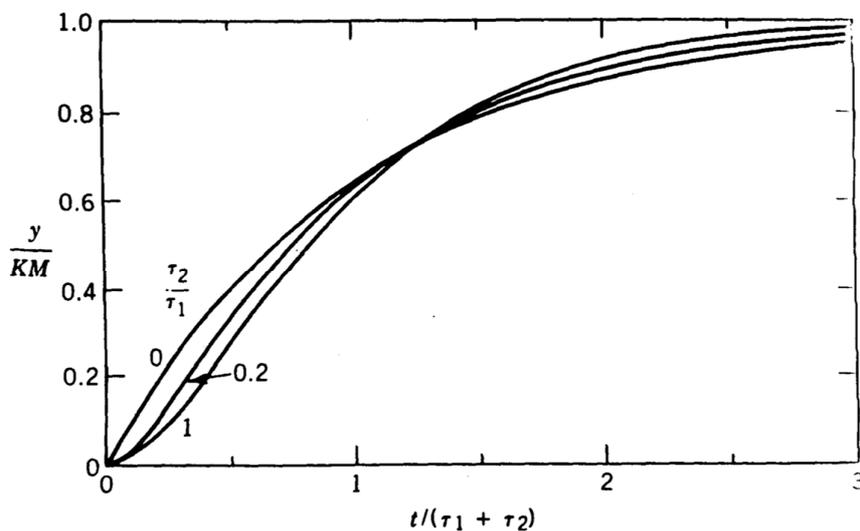


Figure 7.6 Step response for several overdamped second-order systems.

63

Método Harriot

- Harriot plotou a resposta de segunda ordem (sem tempo morto) na forma fracionária, $t/(\tau_1 + \tau_2)$ para diversas frações de τ_2/τ_1 .
- Todas as curvas se intersectam aproximadamente a 73% do valor final do estado estável, onde $t/(\tau_1 + \tau_2)$ é igual a 1.3 como se mostra na figura:



Método Harriot



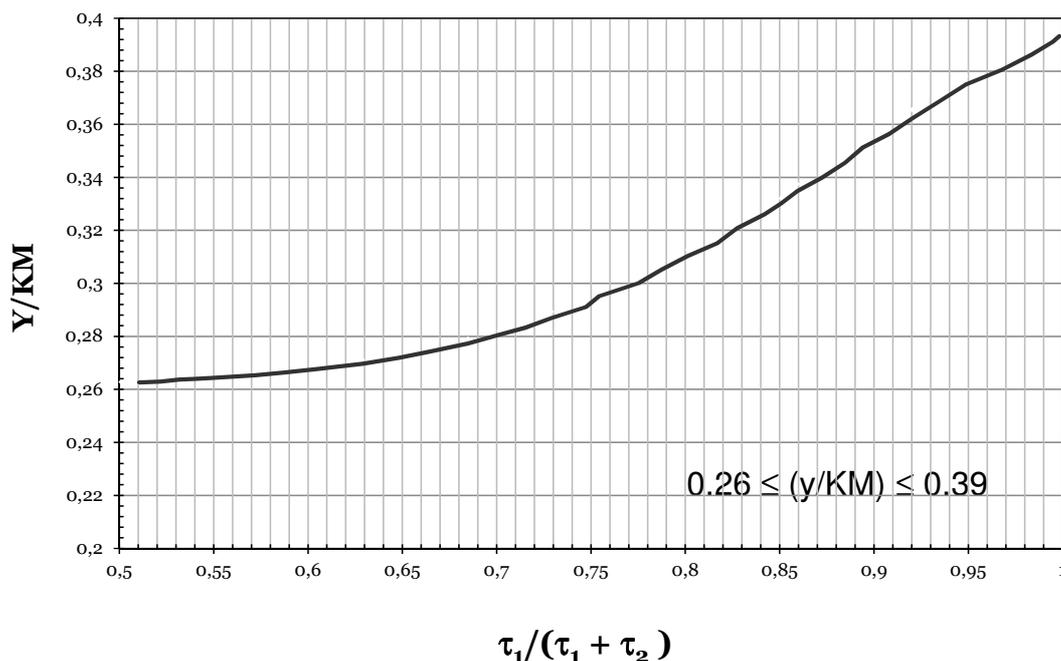
A faixa real é $0.7275 < y < 0.7326$. Assim para medir o tempo requerido pelo sistema para atingir o 73% do valor final t_{73} , a soma das duas constantes de tempo pode ser calculada:

$$(\tau_1 + \tau_2) = \frac{t_{73}}{1,3}$$

Harriot plotou a resposta fracionária em $t/(\tau_1 + \tau_2) = 0.5$ assim mesmo $\tau_1 / (\tau_1 + \tau_2)$ a partir do gráfico anterior, e mostrou um grande desvio neste ponto.

A resposta fracionária é mostrada na seguinte figura:

Método Harriot



Método Harriot

O valor da resposta fracionária quando $t = 0.5(\tau_1 + \tau_2)$ pode ser determinado nos dados experimentais, e o valor de $\tau_1/(\tau_1 + \tau_2)$ pode ser lido desde a figura anterior.

Se a resposta fracionária **é menor que 0.26 ou maior que 0.39**, o método **não** é aplicável, o qual geralmente indica que o processo requer um modelo de ordem superior que a de segunda ordem.

O método de Harriot geralmente é menos exato, a medida que τ_2 / τ_1 se aproxima à unidade, e τ_1 e τ_2 são justamente sensíveis à estimação de K (obtendo a resposta no estado estacionário).

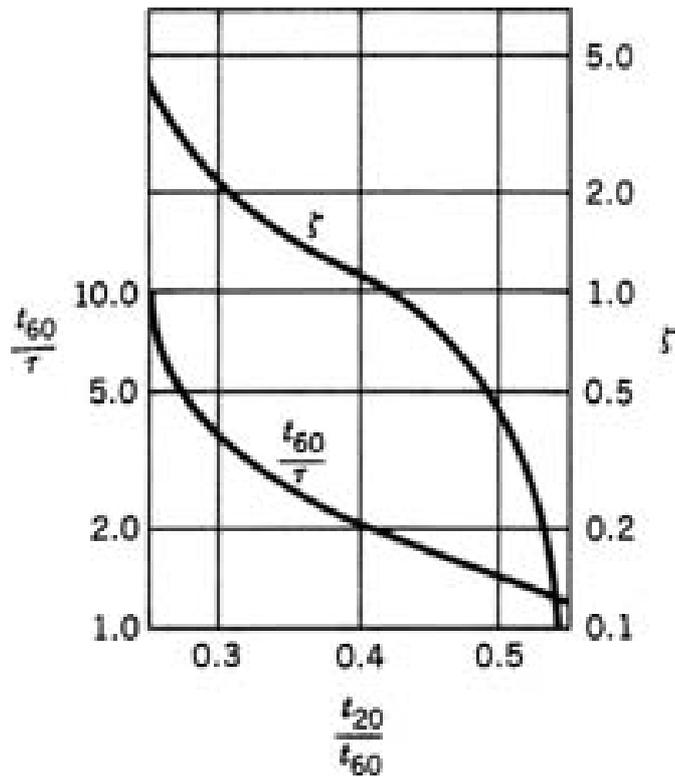
Método de Smith para processo de 2ª ordem

- Assuma-se o modelo:

$$G(s) = \frac{Ke^{-\theta s}}{\tau^2 s^2 + 2\zeta\tau s + 1}$$

- Procedimento:

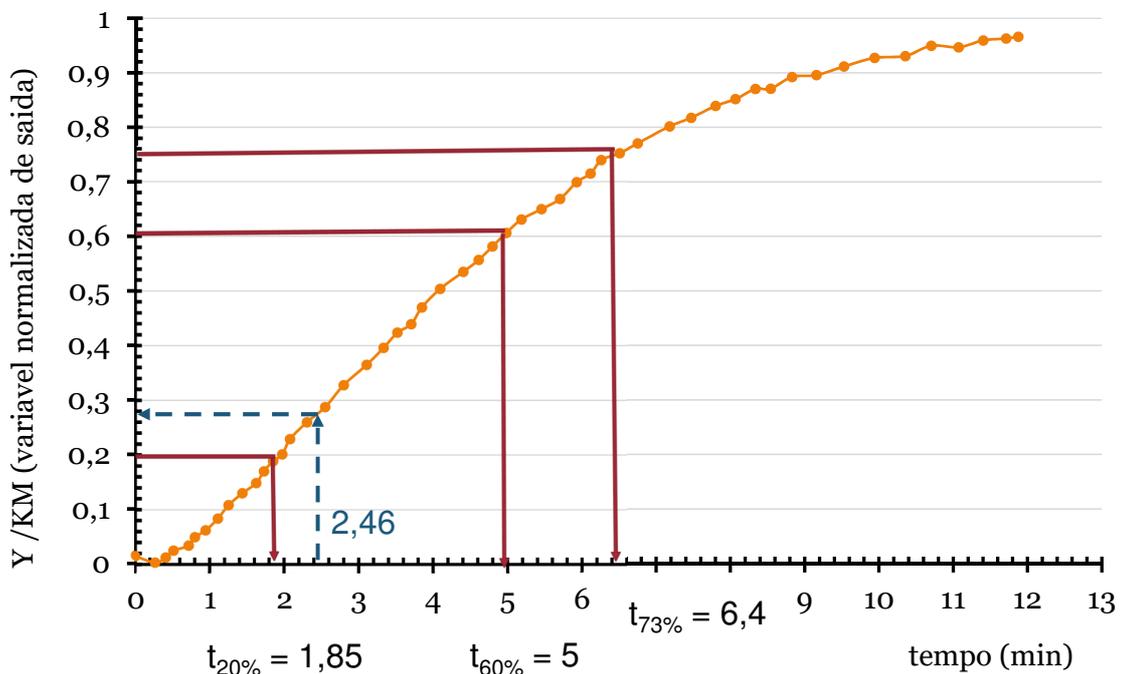
1. Determine t_{20} e t_{60} da resposta degrau.
2. Determine ζ e t_{60}/t da Fig. 7.7.
3. Determine t_{60}/t da Fig. 7.7 e calcule t (dado que t_{60} é conhecido).



Método de Smith: Relação de ξ e τ para t_{20} e t_{60} .

Exemplo.

Use os métodos de Harriot e Smith para ajustar a curva da resposta de segundo ordem a um degrau segundo o gráfico mostrado abaixo. Pelo método Harriot e Smith assuma $\theta = 0$, desde a curva resposta chegue a ser diferente de zero imediatamente depois de $t = 0$.



Método Harriot.

$$t_{73} = 6.4 \text{ min}$$

$$\tau_1 + \tau_2 = \frac{t_{73}}{1.3} = \frac{6.4 \text{ min}}{1.3} = 4.92 \text{ min}$$

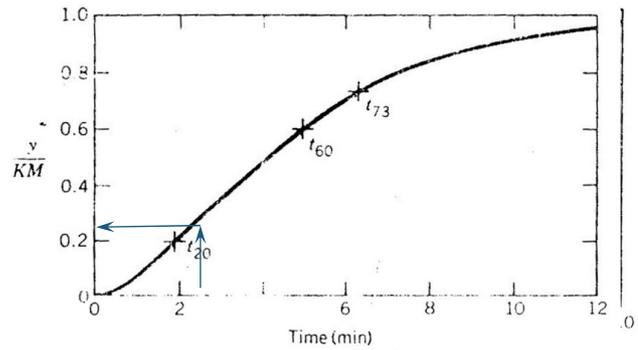
$$\frac{t}{\tau_1 + \tau_2} = 0.5$$

$$t = 0.5(4.92 \text{ min}) = 2.46 \text{ min}$$

Desde o gráfico de da curva de reação de dados experimentais (linha azul curva anterior):

$$\frac{y}{KM} = 0.295$$

Se utiliza



Logo, para encontrar o valor de:

$$\frac{\tau_1}{\tau_1 + \tau_2}$$

determina-se do gráfico de Harriot

$$\frac{\tau_1}{\tau_1 + \tau_2} = 0.74$$

como $\tau_1 + \tau_2 = 4.92 \text{ min}$

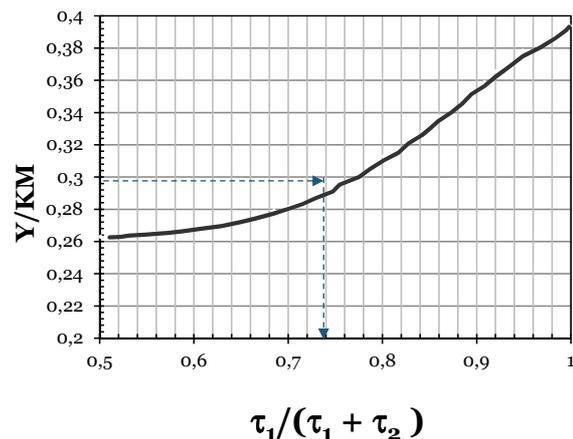
Temos: $\tau_1 = 3.64 \text{ min}$

τ_2 se obtém de:

$$\tau_1 + \tau_2 = 4.92 \text{ min}$$

$$\tau_2 = 1.28 \text{ min}$$

Gráfico de Harriot



Desse modo, obtém-se a função de transferência:

$$G(s) = \frac{KM}{(3.64s + 1)(1.28s + 1)}$$

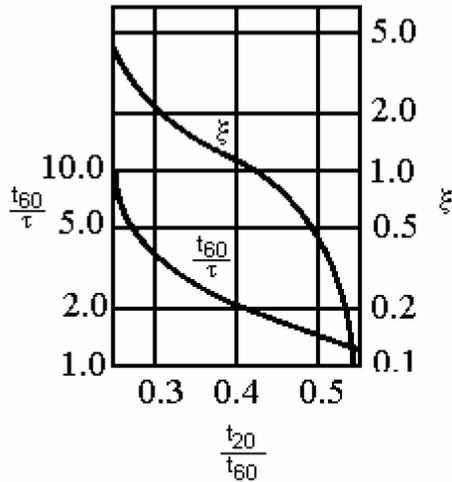
Método Smith.

$$t_{20} = 1.85 \text{ min}$$

$$t_{60} = 5 \text{ min}$$

$$\frac{t_{20}}{t_{60}} = 0.37$$

t_{60} Se utiliza



Se obtêm

$$\frac{t_{60}}{\tau} = 2.8$$

como

$$t_{60} = 5 \text{ min}$$

se calcula

$$\tau = 1.79 \text{ min}$$

$$\zeta = 1.3$$

Se obtêm a função de transferência:

$$G(s) = \frac{KM}{1.79^2 s^2 + 2.6(1.79)s + 1}$$