

ESTABILIDADE

MÉTODO CRITÉRIO DE ROUTH-HURWITZ
MÉTODO DE SUBSTITUIÇÃO DIRETA
MÉTODO DO LUGAR GEOMÉTRICO DAS RAÍZES (*ROOT LOCUS*)

Profª Ninoska Bojorge

Introdução

2

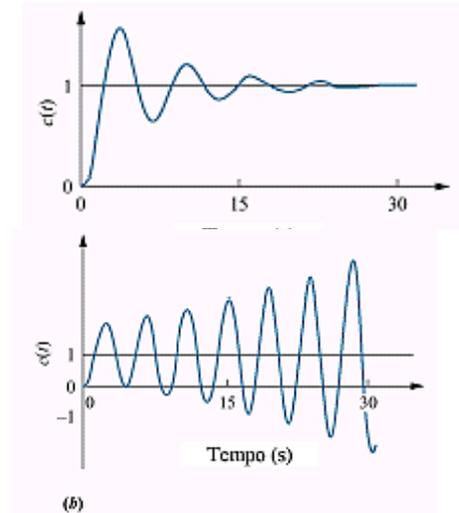
- A estabilidade de um sistema linear malha fechada é determinada pela localização dos polos da equação característica malha fechada no plano s ;
- Se qualquer um destes polos estiver no semi-plano direito do plano s , então, com o decorrer do tempo, eles darão origem ao modo dominante e a resposta transitória aumentará monotonamente ou oscilará com amplitude crescente;
- Critérios para a avaliação da estabilidade:
 - Método critério de Routh-Hurwitz
 - Método de Substituição Direta
 - Método do lugar geométrico das raízes (*Root Locus*)

Introdução

- Pode-se definir basicamente 3 comportamentos diferentes em um sistema a partir do estado inicial:
 - 1) Decrescimento da resposta
 - 2) Crescimento da resposta
 - 3) Comportamento neutro

DECRESCIMENTO DA RESPOSTA: saída decai após aplicada uma entrada limitada
→ SISTEMA ESTÁVEL

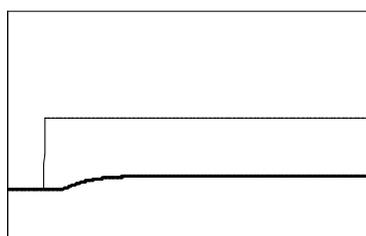
CRESCIMENTO DA RESPOSTA: saída cresce após uma entrada limitada
→ SISTEMA INSTÁVEL



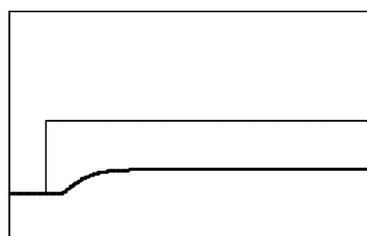
3

Dinâmicas do Processo FOPDT ao aumentar o K_c

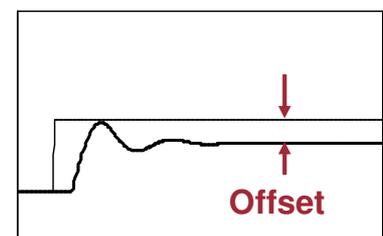
Controlador : Proporcional → Offset



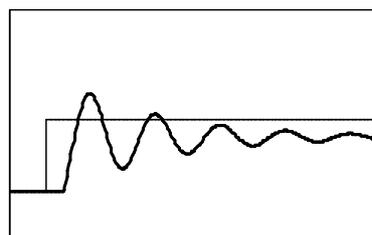
Time



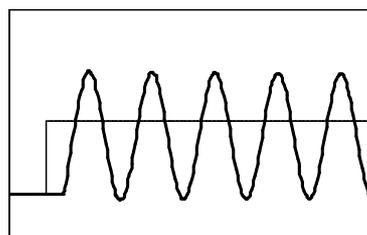
Time



Time



Time



Time



Time

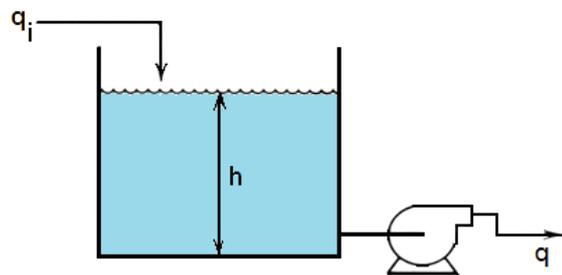
CRITÉRIO GERAL DE ESTABILIDADE

- ❖ Processo malha aberta estável (Auto-regulatório) :
processo estável sem controle feedback

- ❖ Definição de Estabilidade:

Um sistema linear irrestrito é dito ser estável se a resposta de saída é limitada para todas as entradas limitadas. Caso contrário, é dito ser instável.

Exemplo: Sistema de armazenamento de líquidos que não é de auto regulação



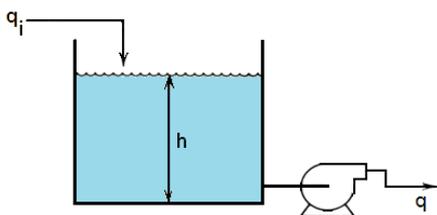
CRITÉRIO GERAL DE ESTABILIDADE

Exemplo: Tanque capacitivo puro

$$A \frac{dh}{dt} = q_i - q$$

Relembrando aula anterior

$\therefore q$ é independente do h



Sistema de nível de líquido com uma bomba é um processo instável (ou não-auto-regulatório).

$$AsH(s) = Q_i(s) - Q(s)$$

$$H(s) = \frac{1}{As} Q_i(s) - \frac{1}{As} Q(s)$$

Processo de Integração

A função de transferência que relaciona o nível de líquido h com a vazão de entrada q_i é:

$$\frac{H'(s)}{Q_i'(s)} = G_P(s) = \frac{1}{As}$$

CRITÉRIO GERAL DE ESTABILIDADE

Para, o degrau de magnitude M_0 ,

$$H'(s) = \frac{M_0}{As^2}$$

Tomando a transformada inversa de Laplace da uma resposta transiente,

$$h'(t) = \frac{M_0}{A}t$$

Uma vez que esta resposta é ilimitada, podemos concluir que o sistema de armazenamento de líquidos é **instável malha aberta** (ou **não-auto-regulatório**) já que uma entrada limitada produz uma resposta sem limites.

No entanto, se a bomba no sistema do tanque fosse substituída por uma válvula, então o sistema de armazenamento seria de **auto-regulação**.

ESTABILIDADE MALHA FECHADA

O problema de controle envolve a consideração de estabilidade malha fechada.

Conceito Geral:

Estabilidade BIBO (Bounded Input-Bounded Output) :

Um sistema linear (sem restrições) é dito ser estável “se para todo sinal de amplitude limitada aplicado na entrada, o sinal de saída é também limitado.

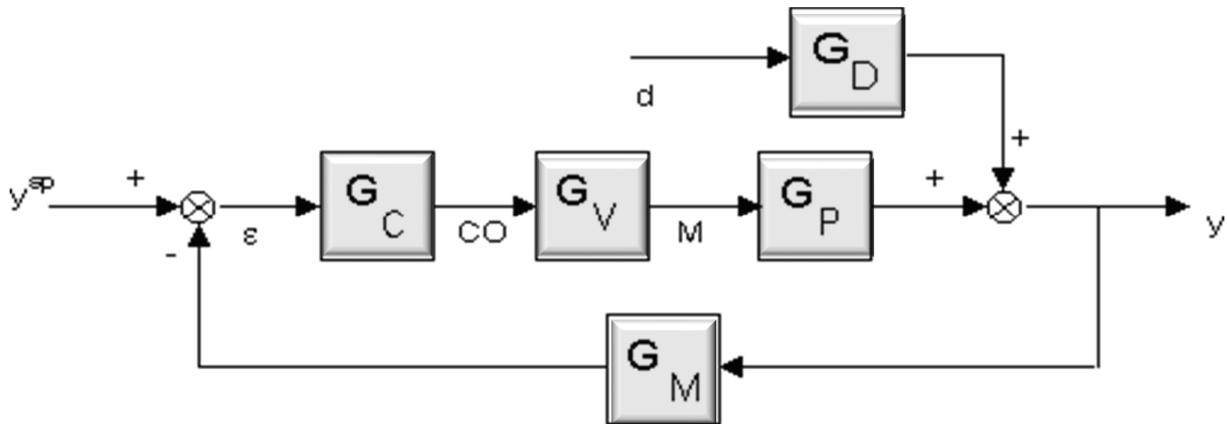
Caso contrário, é instável, ou seja, a amplitude do sinal de saída tenderá a crescer indefinidamente com o passar do tempo.”

Comentários:

- A estabilidade é muito mais fácil para provar que a instabilidade
- Isto é apenas um tipo de estabilidade

ESTABILIDADE MALHA FECHADA

Dinâmica da malha fechada:



ESTABILIDADE MALHA FECHADA

Dinâmica da malha fechada

$$Y = \frac{K_{SP} G_c G_v G_p}{1 + G_c G_v G_p G_m} Y^{SP} + \frac{G_D}{1 + G_c G_v G_p G_m} D$$

- se G_{OL} (FTMA) é uma função racional, em seguida, as funções de malha fechada de transferência são funções racionais e tomam a forma, por exemplo:

$$G(s) = \frac{C(s)}{R(s)} = \frac{a_0 + a_1 s + \dots + a_m s^m}{b_0 + b_1 s + \dots + b_n s^n}$$

ou representando em função das FTs malha fechada, temos:

EQUAÇÃO CARACTERÍSTICA

$$Y = \frac{K_{SP} G_c G_v G_p}{1 + G_{OL}} Y^{SP} + \frac{G_D}{1 + G_{OL}} D$$
$$\therefore G_{OL} = G_c G_v G_p G_m$$

Para mudança no set-point, a equação acima se reduz a:

$$\frac{Y}{Y^{SP}} = \frac{K_m G_c G_v G_p}{1 + G_{OL}} = K' \frac{(s - z_1)(s - z_2) \cdots (s - z_m)}{(s - p_1)(s - p_2) \cdots (s - p_n)}$$

$\therefore m \leq n$: condição para a realizabilidade física

p_n : pólos das raízes da equação característica

Equação Característica:

$1 + G_{OL} = 0 \rightarrow$ desempenha um papel decisivo na determinação da estabilidade do sistema

EQUAÇÃO CARACTERÍSTICA

se $Y^{sp}(s) = 1/s$ e não há polos repetidos, em seguida:

$$Y(s) = \frac{A_0}{s} + \frac{A_1}{s - p_1} + \frac{A_2}{s - p_2} + \cdots + \frac{A_n}{s - p_n}$$

cuja solução é:

$$y(t) = A_0 + A_1 \exp(p_1 t) + A_2 \exp(p_2 t) + \cdots + A_n \exp(p_n t)$$

- Assim, se um dos pólos é um número real positivo, $c(t)$ é ilimitado.
- Se p_k é $a_k + j b_k$, uma parte real positiva e com a parte imaginário faz com que a resposta seja oscilatória, então o sistema é instável.

ESTABILIDADE MALHA FECHADA

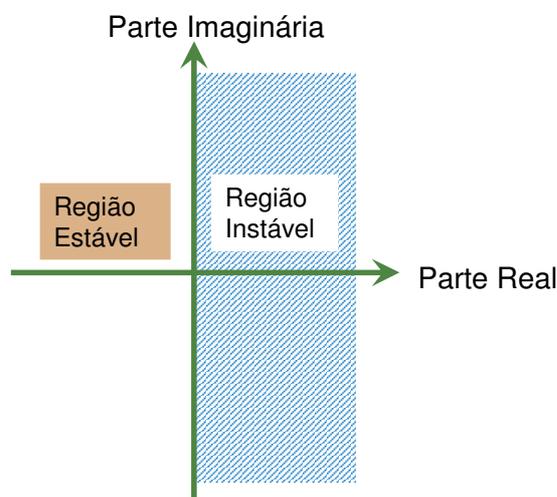
mais uma vez...

Critério BIBO (*Bounded Input, Bounded Output*):

- “Um sistema qualquer é estável se e somente se para toda e qualquer entrada limitada, a saída correspondente também for limitada”;
- “Um sistema linear a malha fechada, invariante no tempo, a parâmetros concentrados é estável se e somente se todos os polos de sua função de transferência de malha fechada estão no semi-plano esquerdo aberto do plano complexo s ”

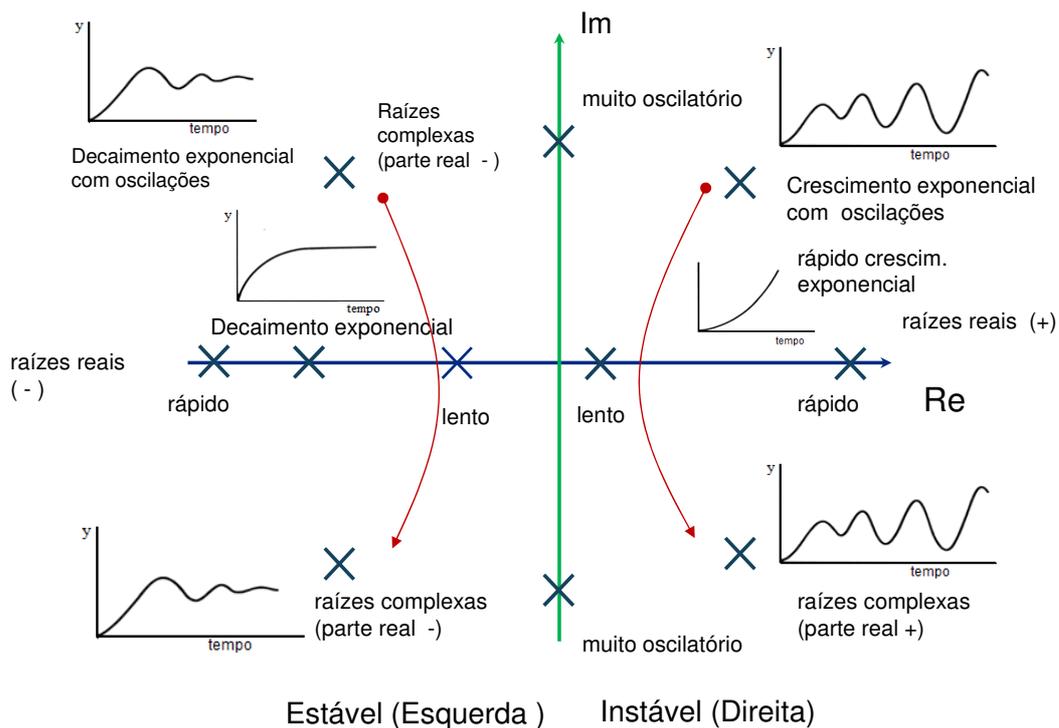
ESTABILIDADE MALHA FECHADA

Regiões de estabilidade no plano complexo das raízes da equação característica



Observação: A mesma equação característica ocorre tanto para as mudanças na carga e no *setpoint* desde o termo $1 + G_{OL}$. Assim, se o sistema de malha fechada é estável para perturbações de carga, ele também será estável para mudanças de set-point.

Contribuições dos pólos na resposta malha fechada



Estabilidade BIBO: Critério de Routh-Hurwitz

16

ESTABILIDADE: $G(s)$ é estável se todos os pólos tiverem parte real negativa

$$G(s) = \frac{N(s)}{D(s)}$$



CONDIÇÃO NECESSÁRIA: os coeficientes do polinômio do denominador devem ser maiores que zero



NÃO É UMA CONDIÇÃO SUFICIENTE!

Se os coeficientes do polinômio do denominador

- *tiverem todos o mesmo sinal (todos positivos ou todos negativos) e estiverem todos presentes*

É preciso fazer ANÁLISE DE CRITÉRIOS PARA ESTUDO DE ESTABILIDADE

CRITÉRIO DE HURWITZ– uma condição necessária (mas não suficiente) de estabilidade BIBO de um sistema linear causal é que **todos os coeficientes** do polinômio-denominador da FT sejam positivos (ou tenham o mesmo sinal)

Estabilidade BIBO: Critério de Routh-Hurwitz



Critério de Routh

- Informa sobre a estabilidade absoluta do sistema. Pode-se dizer se o sistema é estável, marginalmente estável ou instável.
- Seja um sistema em malha fechada com uma função de transferência que o representa:

$$FTMF(s) = G(s) = \frac{P(s)}{Q(s)}$$

$$Q(s) = 1 + G_{OL}(s) = \text{equação característica} = \\ = \text{denominador da malha fechada}$$

Critério de estabilidade de Routh

Conceito: uma técnica analítica para determinar se as raízes do polinômio têm partes reais positivas

Método:

Equação Característica: $a_n s^n + a_{n-1} s^{n-1} + \dots + a_1 s + a_0 = 0$ ($a_n > 0$)

- 1) Todos os coeficientes a_n, a_{n-1}, \dots, a_0 devem ser positivo.
(se qq coeficiente é negativo ou zero, então o sistema é instável.)
- 2) Construa a matriz de Routh

<i>Fila</i>				
1	a_n	a_{n-2}	a_{n-4}	...
2	a_{n-1}	a_{n-3}	a_{n-3}	...
3	b_1	b_2	b_3	...
4	c_1	c_2	...	
⋮				
$n+1$	z_1			

onde, n é a ordem da equação característica

$$b_1 = \frac{a_{n-1}a_{n-2} - a_n a_{n-3}}{a_{n-1}}, \quad b_2 = \frac{a_{n-1}a_{n-4} - a_n a_{n-5}}{a_{n-1}}, \dots$$

$$c_1 = \frac{b_1 a_{n-3} - a_{n-1} b_2}{b_1}, \quad c_2 = \frac{b_1 a_{n-5} - a_{n-1} b_3}{b_1}, \dots$$

Todos os elementos da coluna à esquerda da matriz de Routh são positivos

⇒ só será válida se a equação característica é polinomial de s (sem atraso).

⇒ se o sistema contém atrasos usar a aproximação de Padé.

Nota: A análise da estabilidade do sistema contendo os atrasos serão tratados na análise de frequência.

Estabilidade BIBO: Critério de Routh-Hurwitz

Critério de Routh

$$\frac{Y(s)}{R(s)} = \frac{b_0 s^m + b_1 s^{m-1} + \dots + b_{m-1} s + b_m}{a_0 s^n + a_1 s^{n-1} + \dots + a_{n-1} s + a_n} = \frac{N(s)}{D(s)}$$

s^n	a0	a2	a4	a6	...			
s^{n-1}	a1	a3	a5	a7	...	$b_1 = \frac{a_1 a_2 - a_0 a_3}{a_1}$	$b_2 = \frac{a_1 a_4 - a_0 a_5}{a_1}$	$b_3 = \frac{a_1 a_6 - a_0 a_7}{a_1}$
s^{n-2}	b1	b2	b3	b4	...			
s^{n-3}	c1	c2	c3	c4	...	$c_1 = \frac{b_1 a_3 - a_1 b_2}{b_1}$	$c_2 = \frac{b_1 a_5 - a_1 b_3}{b_1}$	$c_3 = \frac{b_1 a_7 - a_1 b_4}{b_1}$
s^{n-4}	d1	d2	d3	d4				
:	:	:				$d_1 = \frac{c_1 b_2 - b_1 c_2}{c_1}$	$d_2 = \frac{c_1 b_3 - b_1 c_3}{c_1}$	
s^2	e1	e2						
s^1	f1							
s^0	g1							

➤ O número de raízes da equação característica com partes real positiva é igual ao número de mudanças de sinal dos coeficientes da 1ª coluna da tabela

Exemplo 1

Determinar a estabilidade de um sistema que tem a equação característica:

$$s^4 + 5s^3 + 3s^2 + 1 = 0$$

Solução

Como o termo s está faltando, o seu coeficiente é zero. Assim, o sistema é instável. Lembre-se que uma condição necessária para a estabilidade é que todos os coeficientes da equação característica deve ser positivo.

CRITÉRIO DE ESTABILIDADE DE ROUTH (cont)

Exemplo 2: Indique quantos pólos fora do semiplano esquerdo tem o seguinte polinômio:

$$s^6 + 4s^5 + 3s^4 + 2s^3 + s^2 + 4s + 4$$

Solução:

o arranjo triangular de Routh assume a forma:

s^6	4	2	4	0	$b_1 = \frac{(4)(3) - (1)(2)}{4}$	$b_2 = \frac{(4)(1) - (1)(4)}{4}$	$b_3 = \frac{(4)(4) - (1)(0)}{4}$
s^5							
s^4	2	-2,4	0	0	$c_1 = \frac{(2,5)(2) - (4)(0)}{2,5}$	$c_2 = \frac{(2,5)(4) - (4)(4)}{2,5}$	$c_3 = \frac{(2,5)(0) - (4)(0)}{2,5}$
s^3	3	4	0	0			
s^2	$\frac{-76}{4}$	0	0	0			
s^1	15	0	0	0			
s^0	4	0	0	0			... contin.

CRITÉRIO DE ESTABILIDADE DE ROUTH (cont)

Exemplo 2: Indique quantos pólos fora do semiplano esquerdo tem o seguinte polinômio:

$$s^6 + 4s^5 + 3s^4 + 2s^3 + s^2 + 4s + 4$$

Solução:

o arranjo triangular de Routh assume a forma:

s^6	1	3	1	4
s^5	4	2	4	0
s^4	2,5	0	4	0
s^3	2	-2,4	0	0
+	3	4	0	0
-	-76	0	0	0
+	15	0	0	0
s^0	4	0	0	0

De fato, o critério de Routh indica a existência de 2 pólos fora do semiplano esquerdo.

23

CRITÉRIO DE ESTABILIDADE DE ROUTH (cont)

Exemplo 2: Indique quantos pólos fora do semiplano esquerdo tem o seguinte polinômio:

$$s^6 + 4s^5 + 3s^4 + 2s^3 + s^2 + 4s + 4$$

Solução:

- Repare que o polinômio atende à condição necessária
- usando o Matlab, obtém-se os seguintes pólos:

```

Command Window
>> roots([1 4 3 2 1 4 4])

ans =

-3.2644
 0.6797 + 0.7488i
 0.6797 - 0.7488i
-0.6046 + 0.9935i
-0.6046 - 0.9935i
-0.8858

>> |
    
```

24

CRITÉRIO DE ESTABILIDADE DE ROUTH (cont)



Observações:

- qualquer linha pode ser multiplicada por uma constante positiva apropriada, sem alterar os cálculos para as linhas seguintes.
- as 2 últimas linhas sempre terão um único elemento diferente de zero.

Casos Especiais

- 1) Linha com primeiro elemento igual a zero
 - substitua este elemento por um $\epsilon > 0$ e prossiga na construção do arranjo.
 - Na análise de estabilidade, faça $\epsilon \rightarrow 0$.

25

CRITÉRIO DE ESTABILIDADE DE ROUTH (cont)



Casos Especiais ... (Cont)

- 2) Linha com todos os elementos iguais a zero
 - este caso ocorre quando há raízes complexas conjugadas que são espelhos em relação ao eixo imaginário, ou seja, têm a parte real idêntica em valor absoluto e a mesma parte imaginária.
 - seja i o índice da linha com elementos todos nulos. Neste caso, tome a linha que a antecede, cujo índice é $i+1$ e com coeficientes d_j , e defina o seguinte polinômio:

$$p(s) = d_1 s^{i+1} + d_2 s^{i-1} + d_3 s^{i-3} + \dots$$

Veremos na próxima aula.

- Agora, substitua a linha nula pelos coeficientes da derivada deste polinômio e prossiga na construção do arranjo de Routh.
- Cuidado: neste caso especial, após concluir a análise do arranjo de Routh, é necessário analisar as raízes do polinômio acima, pois elas também serão raízes da equação característica original.

26

Método Substituição Direta

- **Conceito:**

Substituindo $s = j\omega \rightarrow$ na equação característica e encontrar uma unidade de estabilidade, tais como o valor máximo de K_c (K_{CM}).

Quanto mais o ganho K_c aumenta, as raízes da equação característica cruzam o eixo imaginário quando $K_c = K_{CM} = K_{CU}$

Exemplo: Sustituição direta

Use o método de substituição direta para determinar K_{CM} para o sistema com a equação característica dada por :

$$10s^3 + 17s^2 + 8s + 1 + K_c = 0 \quad (8)$$

Solução

Substitua $s = j\omega$ e $K_c = K_{cm}$ na Eq. 8:

$$-10j\omega^3 - 17\omega^2 + 8j\omega + 1 + K_{cm} = 0$$

$$\text{ou} \quad (1 + K_{cm} - 17\omega^2) + j(8\omega - 10\omega^3) = 0 \quad (9)$$

A equação (9) é satisfeita se ambas as partes real e imaginária de (9) são identicamente nula:

$$1 + K_{cm} - 17\omega^2 = 0$$

$$8\omega - 10\omega^3 = \omega(8 - 10\omega^2) = 0$$

Assim,

$$\omega^2 = 0.8 \Rightarrow \omega = \pm 0.894$$

e por tanto,

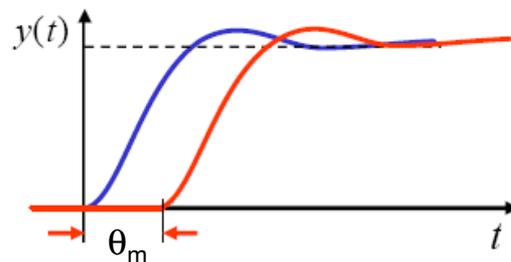
$$K_{cm} = 12.6$$

-
- Assim, conclui-se que $K_c < 12.6$ para estabilidade.
 - $\omega = \pm 0,894$ indica que o limite de estabilidade (onde $K_c = K_{cm} = 12,6$), uma oscilação sustentado acontece, com uma frequência de $\omega = 0,894$ radians/min se a constante de tempo tem unidades de minutos.
 - Lembre-se que um par de raízes complexas no eixo imaginário, resulta em uma oscilação não amortecida de frequência ω .)
 - O período correspondente P é:

$$P = 2\pi/0.894 = 7.03 \text{ min.}$$

Tempo Morto, θ_m

- Presente em grande parte dos processos;
- Pode provocar problemas de instabilidade;
- Exemplo: sistema de nível
 - ▶ Considerando como entrada a percentagem de abertura na válvula v_1 , quando ocorre uma mudança na mesma, a vazão de entrada do tanque só variará algum tempo depois, dependendo da distância da válvula da entrada de líquido no tanque;
 - ▶ Chamado também de atraso de transporte;
 - ▶ Por exemplo, se a válvula está localizada a 20 metros da entrada do tanque e a velocidade do líquido na tubulação for de 10 metros por segundo, o tempo morto, θ_m , do processo será de 2 segundos.



Tempo Morto, θ_m

- Função de Transferência: $G(s) = e^{-\theta s}$
- **Aproximação de Padé:** aproxima o atraso ou tempo morto por uma função racional:

$$e^{-\theta s} = \frac{1 - \frac{\theta s}{2} + \frac{(\theta s)^2}{8} - \frac{(\theta s)^3}{48} + \dots}{1 + \frac{\theta s}{2} + \frac{(\theta s)^2}{8} + \frac{(\theta s)^3}{48} + \dots}$$

Aproximação de Padé, primeira ordem :

$$e^{-\theta s} = \frac{1 - \frac{\theta s}{2}}{1 + \frac{\theta s}{2}} = \frac{2 - \theta s}{2 + \theta s}$$

Aproximação de Padé , segunda ordem :

$$e^{-\theta s} = \frac{\theta^2 s^2 - 6\theta s + 12}{\theta^2 s^2 + 6\theta s + 12}$$

$$G(s) = \frac{e^{-2,1s}}{s+10} \quad \text{No Matlab}$$

> G = tf(1,[1 10],'InputDelay',2.1)

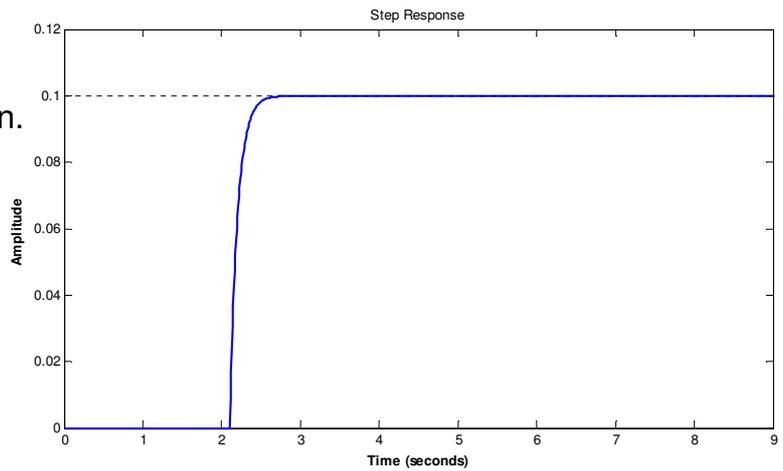
G =

$$\exp(-2.1*s) * \frac{1}{s+10}$$

Continuous-time transfer function.

>> step(G)

>>

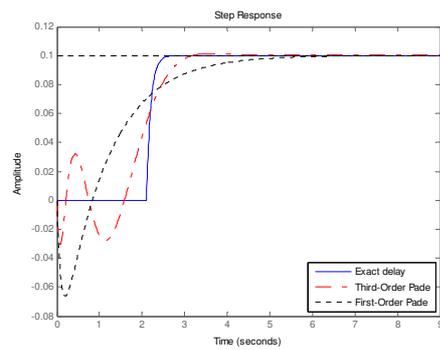
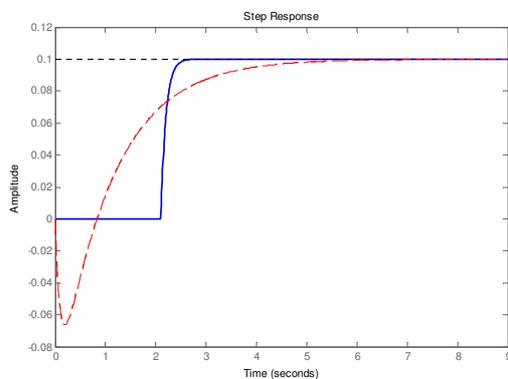


$$G(s) = \frac{e^{-2,1s}}{s+10} \quad \text{Aproxima\c{c}o de Pad\c{e} n=1, 3, ...}$$

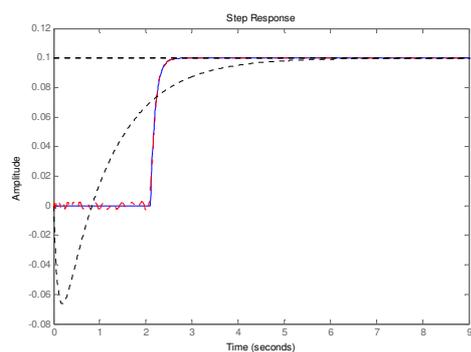
Ex: $\theta = 2.1, n=3$

No Matlab: **pade**(θ, n).

Ex: $\theta = 2.1, n=1$



Ex: $\theta = 2.1, n=30$



$$G(s) = \frac{e^{-2,1s}}{s+10} \quad \text{Aproximação de Padé } n=1, 3, \dots$$

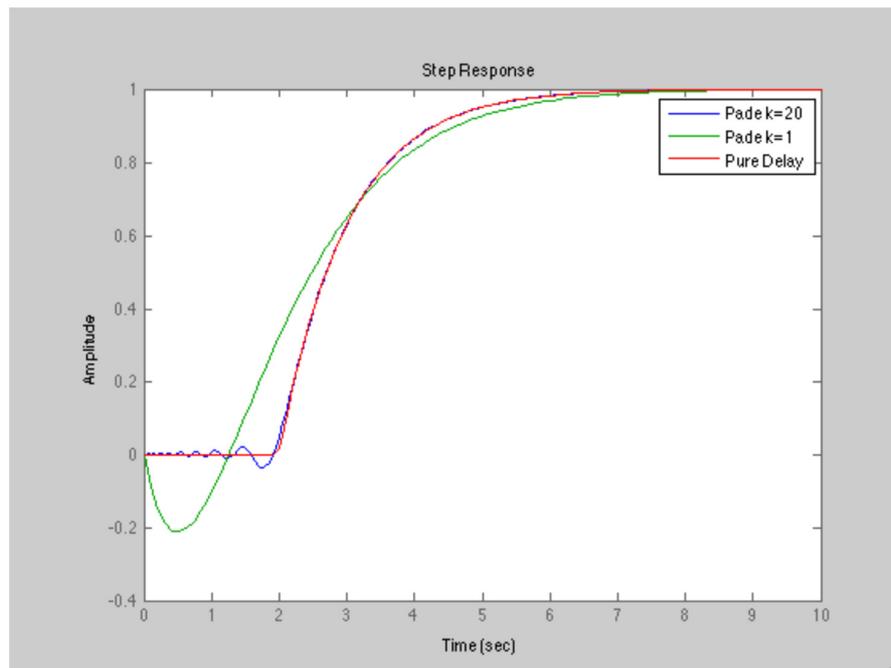


Diagrama de Lugar das Raízes

No projeto e análise de sistemas de controle, é instrutivo saber como as raízes da equação característica mudar quando um parâmetro do sistema particular, como mudanças ganho do controlador.

O diagrama do lugar das raízes fornece uma exibição gráfica conveniente desta informação.

Exemplo

Considere um sistema de controle *feedback* que tem a seguinte função de transferência malha aberta.

$$G_{OL}(s) = \frac{2K_c}{(s+1)(s+2)(s+3)}$$

Plote o diagrama lugar das raízes para $0 \leq K_c \leq 40$

Solução: A Eq. Caract.: $(s + 1)(s + 2)(s + 3) + 2K_c = 0$.

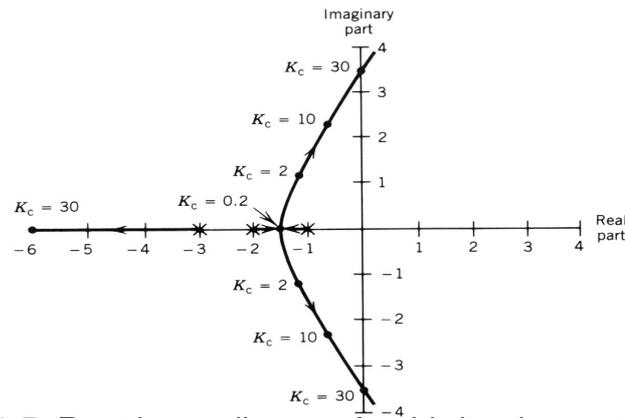


Figure 11.5. Root locus diagram for third-order system (Seborg).

A partir do diagrama acima lugar das raízes:

- O sistema em malha fechada é subamortecido para $K_c > 0,2$.
- O sistema de malha fechada é instável para $K_c > 30$.

Desvantagem da análise do lugar das raízes

- não consegue lidar com atraso de tempo. Assim, usa-se a aproximação de Padé.
- requer soluções iterativa da eq. característica não linear e não racional (**complexo!**).

Root Locus = Lugar das Raízes

➤ **Root Locus – método do Lugar Geométrico das Raízes – diagrama de Evans (Evans – 1948, 1950)**

Quais raízes?

- Do polinômio denominador da função de transferência em FTMF
- Como função dos pólos e dos zeros da FTMA (malha aberta).
- Sem fatorizar o polinômio denominador

O que é?

– Representação gráfica da localização dos pólos de um sistema em malha fechada como função de um parâmetro do sistema

- Usualmente, este parâmetro é um ganho da malha aberta

Para que serve ?

- Para apoio à síntese de controladores
- Suporte à avaliação das características da resposta no tempo do sistema em malha fechada como função da variação de parâmetros

Método do Lugar Geométrico das Raízes (*Root Locus*)

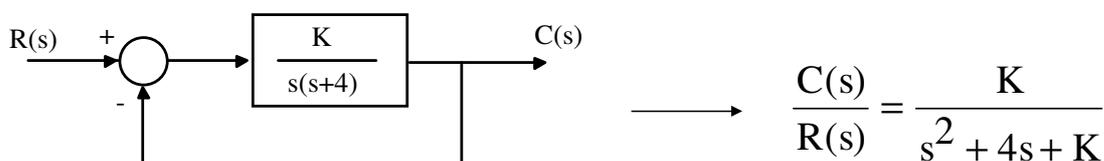


- Consiste no traçado dos polos de malha fechada de um sistema quando o seu ganho (ou algum parâmetro) varia de zero a infinito;
- É uma ferramenta gráfica poderosa para a análise e síntese de sistemas.

Método do Lugar Geométrico das Raízes (*Root Locus*)



Exemplo:

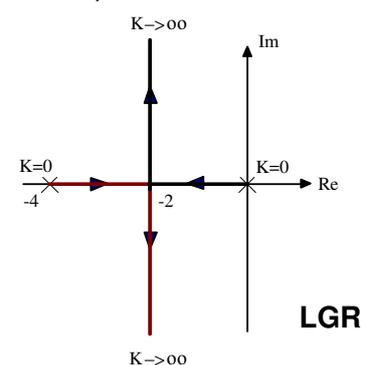


- Pólos de Malha Fechada (raízes da eq. característica)

$$s^2 + 4s + K = 0$$

$$s = \frac{-4 \pm \sqrt{16 - 4K}}{2} = -2 \pm \sqrt{4 - K}$$

$$\begin{cases} p_1 = -2 + \sqrt{4 - K} \\ p_2 = -2 - \sqrt{4 - K} \end{cases}$$



Regras LGR

Protocolo analítico rigoroso e árduo

Passo	Regra
1- Escrever a equação característica tal que o parâmetro de interesse K apareça como um multiplicador	$1 + K P(s) = 0$
2- Fatorar P(s) em termos de n pólos e m zeros	$1 + K \prod_{i=1}^m (s + z_i) / \prod_{j=1}^n (s + p_j) = 0$
3- Localizar os pólos e zeros de P(s) no plano s	X = pólos ; O = zeros
4- Localizar as partes do eixo real que fazem parte do LGR	O LGR passa em todo ponto do eixo real a direita do qual existir um número ímpar de pólos mais zeros
5- Determinar o número de ramos do LGR	O número de ramos r é igual ao número de pólos de P(s) (n ≥ m)
6- O LGR é simétrico em relação ao eixo real	---
7- Os ramos do LGR que tendem para infinito são assintóticos a retas centradas em σ_{CG} e com ângulos ϕ_i	$\sigma_{CG} = \frac{\sum(-p_j) - \sum(-z_i)}{n - m}$; $\phi_i = \frac{180^\circ(2i+1)}{n - m}$; i = 0,1,...,(n - m - 1)
8- Determinar o ponto onde o LGR cruza com o eixo imaginário	Utilizar o critério de estabilidade de Routh
9- Determinar o ponto de separação sobre o eixo real	$K = -\frac{1}{P(s)}$; $\frac{dK}{ds} = 0$
10- Determinar o ângulo de partida de pólos complexos ou de chegada a zeros complexos	$\angle P(s) = \pm 180^\circ(2k+1)$ para s = z _i ou s = p _i

Funções Matlab

comandos em MATLAB para desenhar o gráfico do root locus é dado abaixo:

`rlocus(num,den)`

ou:

`K=0:0.01:10`

`rlocus(num,den,K)`

`[K,r]= rlocfind(num,den)`

Afortunadamente, hj em dia implementado computacionalmente!

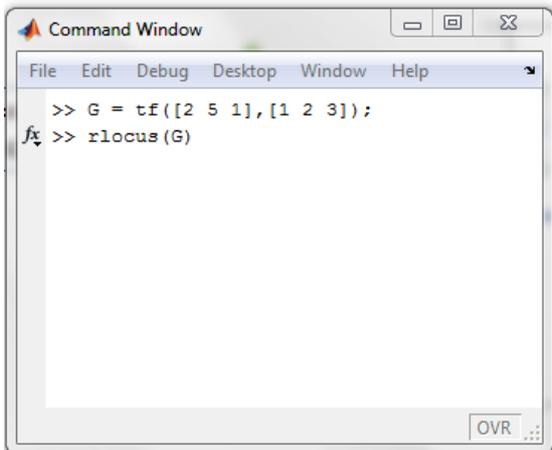
Plotando Lugar das raízes (**rlocus**) no Matlab

Exemplo 4:

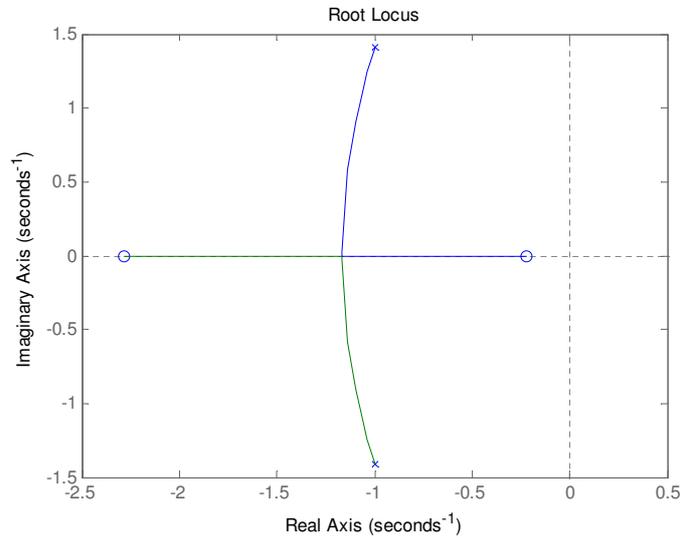
$$G(s) = \frac{2s^2 + 5s + 1}{2s^2 + 2s + 3}$$

Sintaxe:

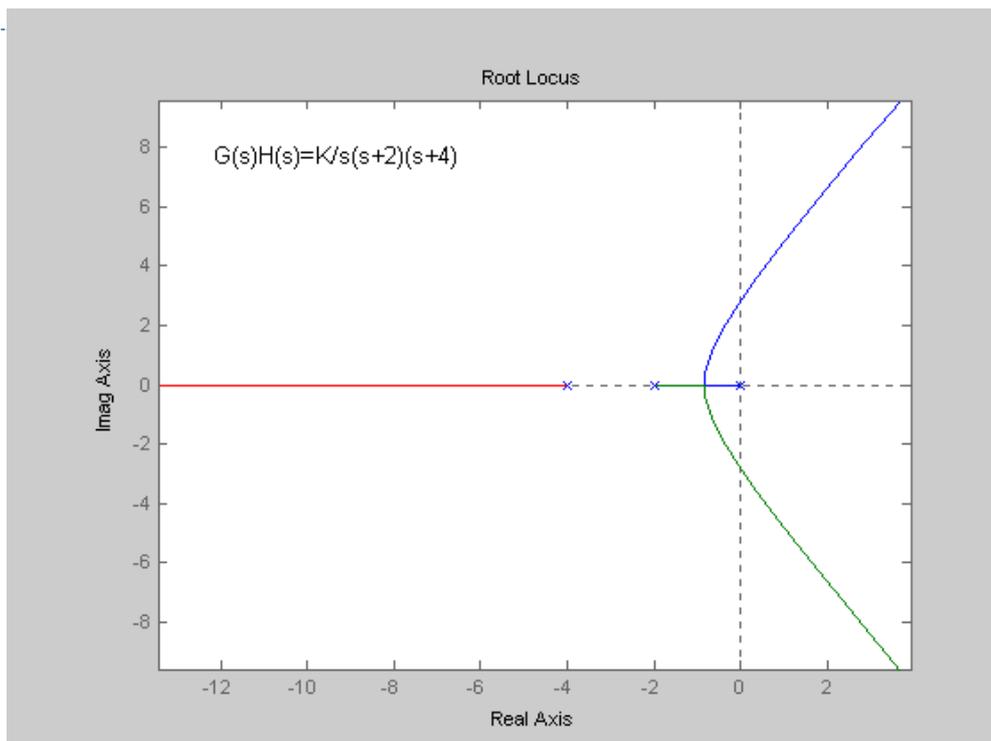
```
rlocus(sys)
rlocus(sys1,sys2,...)
[r,k] = rlocus(sys)
r = rlocus(sys,k)
```



```
Command Window
File Edit Debug Desktop Window Help
>> G = tf([2 5 1],[1 2 3]);
>> rlocus(G)
```



Exemplos (*Root Locus*)



FLUXOGRAMA PARA A ANÁLISE DE ESTABILIDADE MALHA FECHADA

