Prova 2 (valor: 9,0)

1. (*1,0*) Calcule o sinal e a ordem da permutação

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 \\ 2 & 8 & 1 & 4 & 6 & 5 & 9 & 3 & 7 \end{pmatrix}.$$

2. (*2,0*) Seja G um grupo. Dado um número inteiro n, considere o subconjunto de G

$$G_n := \{g^n \mid g \in G\}.$$

Prove que se G é abeliano, então G_n é um subgrupo de G.

3. (*2,0*) Prove que todo grupo finito de ordem prima é cíclico.

4. (*2,0*) Seja $S^1 \subset \mathbb{C}$ o círculo unitário. Mostre que $\varphi \colon \mathbb{R} \to S^1$ dado por $\varphi(t) = e^{it}$ é um homomorfismo de grupos cujo núcleo é $2\pi\mathbb{Z}$.

5. (*2,0*) Seja $f \colon G \to H$ um homomorfismo de grupos. Mostre que a imagem da função f

$$f(G) := \{f(g) \mid g \in G\}$$

é um subgrupo de H.

Boa prova!