

V.R.

1. (a) (1,0) Investigue a irreduzibilidade em $\mathbb{Q}[x]$ dos polinômios abaixo, justificando.

$$5x^9 - 33x^5 + 11x + 22 \quad \text{e} \quad x^3 - x^2 + x + 1.$$

- (b) (1,0) Calcule o mdc em $\mathbb{Q}[x]$ dos polinômios

$$4x^5 + 7x^3 + 2x^2 + 1 \quad \text{e} \quad 3x^3 + x + 1.$$

2. (2,0) Seja $f = a_n x^n + \dots + a_1 x + a_0 \in \mathbb{R}[x]$ um polinômio com coeficientes reais. Mostre que se $\alpha \in \mathbb{C}$ é uma raiz de f , então $\bar{\alpha}$ também é uma raiz de f .
3. (2,0) Seja A um anel e A^* o conjunto dos elementos invertíveis de A . Prove que A^* é um grupo multiplicativo.
4. (2,0) Seja G um grupo finito de ordem n e g um elemento de G . Prove que $g^n = 1$.
5. (2,0) Seja G um grupo e g um elemento fixado de G . Mostre que $\varphi: G \rightarrow G$ dado por $\varphi(x) = gxg^{-1}$ é um isomorfismo.

Boa prova!