UFF - Instituto de Matemática | Álgebra II – 2012/A1

Data: 03 julho 2012. | Prof.: Nivaldo

V.S.

1. Justificando sua resposta, apresente exemplos de:

(a) (*1,0*) Um polinômio irredutível de grau 19 em $\mathbb{Q}[x]$.

(b) (*1,0*) Um subgrupo de S_9 de ordem 10.

2. (a) (*1,0*) Determine todas as raízes complexas do polinômio $f(x) = x^3 - (i - 1)$.

(b) (*1,0*) Seja $f = a_n x^n + \cdots + a_1 x + a_0 \in \mathbb{R}[x]$ um polinômio com coeficientes reais. Mostre que se $\alpha \in \mathbb{C}$ é uma raiz de f, então $\overline{\alpha}$ também é uma raiz de f.

3. (*2,0*) Seja k um corpo e $f, g \in k[x]$ polinômios de grau $\leq n$. Suponha que existam elementos $a_1, \ldots, a_{n+1} \in k$ distintos entre si tais que $f(a_i) = g(a_i)$ para cada $i = 1, \ldots, n+1$. Prove que $f = g$.

4. (*2,0*) Seja H um subgrupo de um grupo G e $x \in G$ um elemento fixado. Mostre que

$$K = \{xhx^{-1} \mid h \in H\}$$

é também um subgrupo de G.

5. (*2,0*) Mostre que $\mathbb{Z}_2 \times \mathbb{Z}_3$ é um grupo cíclico.

Boa prova!