UFF – INSTITUTO DE MATEMÁTICA
FUNÇÕES COMPLEXAS 2011/2

17 novembro 2011.
Prof: Nivaldo.

2A. PROVA - 1A. PARTE (valor: 4,0)

1. *(1,0)* Usando o Teorema de Cauchy, calcule

$$\int_{|z|=1} \frac{dz}{z^2+2z}$$

2. *(1,0)* Calcule

$$\int_{|z|=2} \frac{z-3\cos z}{(z-\pi/2)^2} dz$$

3. *(1,0)* Seja D um aberto conexo limitado e $f\colon \overline{D} \to \mathbb{C}$ uma função contínua que é holomorfa em D. Prove que a função $|f|$ atinge seu máximo em algum ponto da fronteira de D.

4. *(1,0)* Seja f uma função holomorfa em $\Delta = \Delta(0,1)$ tal que $f(0) = 0$ e $|f(z)| \leq 1$ para todo $z \in \Delta$. Mostre que

$$|f'(0)| \leq 1 \qquad \text{e} \qquad |f(z)| \leq |z| \qquad \text{para todo } z \in \Delta.$$