UFF – INSTITUTO DE MATEMÁTICA
FUNÇÕES COMPLEXAS 2011/2

08, dezembro, 2011.
Prof: Nivaldo.

## 2A. PROVA (2A. PARTE) (VALOR 6,0)

**1.** *(1,0)* Calcule o raio de convergência da série $g(z) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{z^{2n}}{(2n)!}$ e prove que $g'' = g$.

**2.** *(1,0)* Determine a expansão de Laurent da função $f(z) = \frac{z}{(z-3)(z+1)}$ no anel $\Delta(0, 1, 3)$.

**3.** *(1,0)* Mostre que se $K \subset \mathbb{C}$ um compacto, então uma função inteira não-nula possui apenas um número finito de zeros em $K$.

**4.** *(2,0)* Sejam

$$f(z) = \tan(z) \quad \text{e} \quad g(z) = \frac{\cos(\pi z/2)}{(z-1)^3}.$$

Determine as singularidades destas funções e classifique-as como: removível, polo (dê a sua ordem, neste caso) ou essencial.

**5.** *(1,0)* Calcule: $I = \displaystyle\int_{|z|=2} \frac{e^{\pi z}}{z^3 + z}\, dz.$

Boa prova!