

Programa de curso

INTRODUÇÃO À TOPOLOGIA GERAL

2017/1

Nivaldo Medeiros

Universidade Federal Fluminense

1 de janeiro de 2017

1 Apresentação

De forma breve, a *Topologia* consiste do estudo abstrato de conceitos importantes em Análise e Geometria. Mais ainda, fornece uma linguagem e uma maneira de pensar que permeia toda a Matemática e suas aplicações.

Este curso de *Introdução à Topologia Geral* tem como objetivo tratar dos conceitos básicos desta disciplina: espaços topológicos, conexidade, compacidade, continuidade, produtos e axiomas de separação. Noções importantes da Teoria dos Conjuntos (Lema de Zorn, axioma da escolha, princípio da boa ordenação) também serão abordados já que constituem ferramentas necessárias para muitas construções e exemplos. E, caso haja tempo, abordamos também o grupo fundamental e espaços de recobrimento.

2 Justificativa

A ideia de ofertar esse curso em 2017/1 veio de um pedido de alunos, alguns da minha turma atual de Álgebra III e outros de um grupo com os quais já tenho contato há cerca de dois anos, todos nos últimos períodos do curso de Matemática. Há também interesse por parte de alguns alunos do mestrado. Assim, são alunos que possuem uma boa maturidade, em posição de se beneficiar de um curso de teor mais abstrato e que não é oferecido com regularidade nos cursos de graduação, complementando a sua formação.

Ofereci esse curso há alguns anos atrás e minha experiência foi bastante positiva: um curso com construções bonitas, intenso, divertido.

3 Pré-requisitos

O principal é maturidade: este curso visa complementar a formação de alunos que já se encontram nos últimos períodos do curso de Matemática.

Concretamente, além dos cursos básicos de Álgebra Linear (I e II) e Análise (I), são desejáveis pelo menos um dos cursos: Análise III, Espaços Métricos ou Funções Complexas, onde tem-se um contato mais estreito com a Topologia.

4 Tópicos do curso

1. Conjuntos

- (a) Noções básicas: conjuntos, funções, imagens, pré-imagens.
- (b) Conjuntos indutivos, Lema de Zorn, Boa ordenação. Consequências.

2. Espaços Topológicos e funções contínuas

- (a) Espaços topológicos: abertos, fechados. Espaços métricos. Exemplos.
- (b) Bases e subbases para uma topologia. Topologia da Ordem.
- (c) Topologia induzida; a topologia para produtos cartesianos finitos.
- (d) Funções contínuas; homomorfismos.
- (e) A topologia quociente.
- (f) Opcional: grupos topológicos.

3. Conexidade

- (a) Espaços conexos; componentes conexas.
- (b) Revisão da conexidade em \mathbb{R}^n .
- (c) Conexidade por caminhos.

4. Compacidade

- (a) Espaços compactos: definição, caracterizações, exemplos.
- (b) Compacidade via limites de sequências.
- (c) Relações com funções contínuas.
- (d) Opcional: redes.

5. Enumerabilidade e separação

- (a) Bases enumeráveis, teorema de Lindelöf.
- (b) Axiomas de separação: espaços de Hausdorff, normais, regulares.
- (c) O Lema de Urysohn. O Teorema de Extensão de Tietze.
- (d) Opcional: Teorema de metrização de Urysohn.

6. Teorema de Tychonoff.

- (a) Produtos Infinitos
- (b) O teorema de Tychonoff sobre produtos de espaços compactos.

(c) Opcional: a compactificação de Stone-Cech.

E havendo tempo (e energia):

7. Grupo Fundamental

- (a) Homotopia de caminhos
- (b) O grupo fundamental
- (c) Espaços de recobrimento
- (d) O grupo fundamental do círculo

5 Cronograma e método de avaliação

O planejamento é de um tópico a cada duas semanas, em média, permitindo-se variações de acordo com a complexidade do assunto e o rendimento da turma. O último tema, grupo fundamental, é completamente opcional, e tem como objetivo despertar a curiosidade dos alunos para aprender mais sobre o assunto.

Além das provas, uma parte importante na avaliação serão as listas de exercícios e de, acordo com a turma, seminários com temas dentre os apresentados acima.

6 Bibliografia

A principal referência do Curso é o clássico e belíssimo livro de James R. Munkres, *Topology, a First Course*. Demais referências são citadas a seguir.

Referências

[Halmos] Paul R. Halmos, *Teoria Ingênua dos Conjuntos*, 1960.

[Munkres] James R. Munkres, *Topology, a First Course*, Prentice-Hall.

[Lima1] Elon L. Lima, *Topologia Geral*, IMPA.

[Lima2] Elon L. Lima, *Espaços Métricos*, Projeto Euclides, IMPA.

[Jänich] K. Janich, *Topology*, Springer, 1984.

[VIKN] O. Viro, O. Ivanov, V. Kharlamov, and N. Netsvetaev, *Elementary Topology*,
<http://www.math.uu.se/~oleg/educ-texts.htm>

[Vilches] Mauricio A. Vilches, *Topologia Geral: notas*, Departamento de Análise, UERJ.