Calculo II -B-

Lista preparatoria para a primeira prova

1. (a) Calcular $\lim_{(x,y)\to(1,0)} \ln\left(\dfrac{1+y^2}{x^2+xy}\right)$

   (b) Analisar continuidade da função $f(x,y) = \begin{cases} \frac{xy^4}{x^2+x^2y^2+y^2} & (x,y) \neq (0,0) \\ 0 & (x,y) = (0,0) \end{cases}$

2. Considerar a função $f(x,y) = \sqrt{e^{3y}+x}$.

   (a) Calcular ∇f e $\nabla f(3,0)$.

   (b) Analisar diferenciabilidade da função no ponto $(3,0)$.

   (c) Calcular o plano tangente em $(3,0)$.

   (d) Usando a aproximação linear calcular aproximadamente $\sqrt{e+1}$ (ajuda: observar que $\sqrt{e+1} = f(e,0)$).

3. Analisar diferenciabilidade da função $f(x,y) = \begin{cases} \frac{2\sqrt{x}y^{3/2}e^x}{x^2+y^2} & (x,y) \neq (0,0) \\ 0 & (x,y) = (0,0) \end{cases}$

4. Considerar a função $f(x,y) = \begin{cases} (\frac{y^2 x \sin(y)}{x^2+y^2}, x) & (x,y) \neq (0,0) \\ (0,0) & (x,y) = (0,0) \end{cases}$

   (a) Calcular $Df(0,0)$ e $Df(1,0)$.

   (b) Analisar diferenciabilidade da função em $(0,0)$ e $(1,0)$.

   (c) Escrever a aproximação linear de f em $(0,0)$ e $(1,0)$.

5. Considerar as funções $f(x,y) = 2x^2+3y^2$ e $g(x,y,z) = x^2+2y^2-3z^2$. Calcular (e desenhar) os conjuntos de nível e indicar se eles são gráficos de funções.

6. Escrever uma função $F : D \to R$ e outra $G : E \to R$ onde $D \subset R^2$ e $E \subset R^3$ tal que seus conjunto de nível sejam gráficos de funções.

7. A distribuição da temperatura de um disco com centro na origem é dada por $T(x,y)$, $T : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ é de classe C^2 em $\mathbb{R}^2$.

   (a) Calcular a linearização de $U(\rho,\theta) = T(\rho\cos\theta, \rho\sin\theta)$ no ponto $(1,\pi/4)$ sabendo que

   $$\frac{\partial T}{\partial x}(\sqrt{2}/2, \sqrt{2}/2) = 3 \qquad \text{e} \qquad \frac{\partial T}{\partial y}(\sqrt{2}/2, \sqrt{2}/2) = 2.$$

   (b) Sabe-se que $\dfrac{\partial^2 T}{\partial y \partial x}(\sqrt{2}/2, \sqrt{2}/2) = 0$ e $\dfrac{\partial T}{\partial y}(\sqrt{2}/2, \sqrt{2}/2) = 2$. Calcular $\dfrac{\partial^2 U}{\partial^2 \theta}$ no ponto $(1,\pi/4)$.