

6.4 EXERCÍCIOS

As respostas dos exercícios selecionados estão nas páginas 457 a 459.

[6.4.1]

Nos Problemas 1-10, determine os pontos singulares de cada equação diferencial. Classifique cada ponto singular como regular ou irregular.

1. $x^3y'' + 4x^2y' + 3y = 0$

2. $xy'' - (x + 3)^{-2}y = 0$

3. $(x^2 - 9)^2y'' + (x + 3)y' + 2y = 0$

4. $y'' - \frac{1}{x}y' + \frac{1}{(x-1)^3}y = 0$

5. $(x^3 + 4x)y'' - 2xy' + 6y = 0$

6. $x^2(x - 5)^2y'' + 4xy' + (x^2 - 25)y = 0$

7. $(x^2 + x - 6)y'' + (x + 3)y' + (x - 2)y = 0$

8. $x(x^2 + 1)^2y'' + y = 0$

9. $x^3(x^2 - 25)(x - 2)^2y'' + 3x(x - 2)y' + 7(x + 5)y = 0$

10. $(x^3 - 2x^2 - 3x)y'' + x(x - 3)^2y' - (x + 1)y = 0$

Nos Problemas 11-22, mostre que as raízes indiciais não diferem por um inteiro. Use o método de Frobenius para obter duas soluções seriais linearmente independentes em torno do ponto singular regular $x_0 = 0$. Encontre a solução geral em $(0, \infty)$.

11. $2xy'' - y' + 2y = 0$

12. $2xy'' + 5y' + xy = 0$

13. $4xy'' + \frac{1}{2}y' + y = 0$

14. $2x^2y'' - xy' + (x^2 + 1)y = 0$

15. $3xy'' + (2 - x)y' - y = 0$

16. $x^2y'' - \left(x - \frac{2}{9}\right)y = 0$

17. $2xy'' - (3 + 2x)y' + y = 0$

18. $x^2y'' + xy' + \left(x^2 - \frac{4}{9}\right)y = 0$

19. $9x^2y'' + 9x^2y' + 2y = 0$

20. $2x^2y'' + 3xy' + (2x - 1)y = 0$

21. $2x^3y'' - x(x - 1)y' - y = 0$

22. $x(x - 2)y'' + y' - 2y = 0$