Equações diferenciais

Lista preparatoria para a primeira prova

1. Considere $y(x) = \displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{(x-3)^n}{2^n n}$,
   (a) Calcule o intervalo de convêrgencia da série.
   (b) Escreva a função fechada que representa a série
   (c) Escreva uma equação diferencial cuja solução em forma de série esteja dada por $y(x)$.

2. Analise a convergência das seguintes séries:

$$(a)\sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{n\ln(n)}, \qquad (b)\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2+2}{\sqrt{n^5+n}}, \qquad (c)\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{1}{\arctan(n)}.$$

3. Calcule n para que a equação diferencial $(1-x^2)y'' - 2xy' + n(n+1)y = 0$ possua um polinômio de ordem 6 como solução. Estes são chamados os *Polinomios de Legendre.*

4. Determine o raio de convergência das soluções das seguintes equações diferenciais quando são expressas em série de potência em torno do ponto x_0 (não resolver as equações!).
   (a) $\cos(x)y'' - y = 0$ com $x_0 = 0$,
   (b) $\frac{y''}{e^x-1} + \frac{y'}{x} - 3y = 0$ com $x_0 = \pi$,
   (c) $(x^2-9)y'' - 2(x-3)y' + y = 0$ com $x_0 = 3$,
   (d) $(x^2-4x+13)y'' - 3y' - 2xy = 0$ com $x_0 = 3$,

5. Calcule um conjunto fundamental das equações diferenciais dadas em torno do ponto $x = 0$.
   (a) $(x^2+2)y'' + 3xy' - y = 0$
   (b) $x(x-1)y'' + 3y' - 2y = 0$

6. Considere $(x-1)y'' - xy' + y = 0$
   (a) Calcule a solução geral (centrada em $x = 0$).
   (b) Resolva o problema de valor inicial para $y(0) = -2,\ y'(0) = 2$.
   (c) Escreva a solução como uma função fechada (ou seja a função representada pela série).