Ex: $\begin{cases} y' = ky \\ y(0) = A \end{cases}$

- R é uma região contendo a $(0, A)$
- $f(x,y) = ky$
- f é cont. ✓ (linear)
- $\frac{\partial f}{\partial y} = k$ é continua (const.)

$\therefore \exists$ intervalo $I = (a,b)$ tq $0 \in I$ e o PVI tem solução unica.

OBS: Não significa que $I = \mathbb{R}$!
Mas neste exemplo $I = \mathbb{R}$. (Ver proximo exemplo

Ex: $\begin{cases} y' = 1 + y^2 \\ y(0) = 0 \end{cases}$

- R, é uma região contendo a $(0,0)$
- $f(x,y) = 1 + y^2$
- f é continua em $\mathbb{R}^2$
- $\frac{\partial f}{\partial y} = 2y$ continua em $\mathbb{R}^2$

$\therefore \exists I$ intervalo tq $0 \in I$ e o P.V.I tem solução unica

Se calculamos a solução: $\frac{dy}{1+y^2} = dx \Rightarrow \arctan y = x + C$

$\therefore y(x) = \tan x$ ($c = 0$ usando $y(0) = 0$)

Vemos que $y(x)$ não esta definido em todo $\mathbb{R}$.
Neste caso $I = \left(\frac{-\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right)$