• Ex II) $x^2y'' - 3xy' + 4y = 0$ $x \in (0, +\infty)$

a) Verificar que $y_1(x) = x^2$ é solução
b) Calcular a segunda solução

a) $x^2 \cdot 2 - 3x\,2x + 4x^2 = 0$ ✓
b) Redução da ordem: $y_2(x) = u(x)y_1(x) = u(x)x^2$

• Substituimos na eq. dif: $y_2'(x) = u'y_1 + uy_1'$
$y_2''(x) = u''y_1 + 2u'y_1' + uy_1''$

$\therefore x^2(u''y_1 + 2u'y_1' + uy_1'') - 3x(u'y_1 + uy_1') + 4y_1u = 0$
$u(\underbrace{x^2y_1'' - 3xy_1' + 4y_1}_{=0}) + u'(2x^2y_1' - 3xy_1) + u''x^2y_1 = 0$

$\therefore u'(4x^3 - 3x.x^2) + u''x^4 = 0$

• Resolvemos $wx^3 + w'x^4 = 0$ $u' = w$
$\frac{dw}{w} = -\frac{x^3}{x^4}dx \Rightarrow \ln w = -\ln x \Rightarrow w = 1/x$

$\therefore u(x) = \ln x$

• Solução $y_2(x) = x^2 \ln x$

• Conjunto fundamental $\{x^2, x^2\ln x\}$

$W: \begin{vmatrix} x^2 & x^2\ln x \\ 2x & 2x\ln x + x \end{vmatrix} = 2x^3\ln x + x^3 - 2x^3\ln x = x^3 \neq 0$

Scanned by CamScanner