Preparação para a segunda prova

1. Suponha que a população da Terra está aumentando a uma taxa proporcional à população em cada instante. Calcula-se que no instante $t = 0$ (ano 1650 d.C) a população da Terra era de 600 milhões de habitantes (6.10^8) e que no instante $t = 300$ (1950 d.C) era de 2,8 bilhões ($2,810^9$). Determine uma expressão para a população da Terra em função do tempo. Supondo que a maior população que a Terra é capaz de sustentar seja de 24 bilhões ($2,4.10^{10}$) de habitantes, quando será atingido esse limite?

2. Resolver

   (a) O problema de valor inicial
   $$\begin{cases} xy' = ln(x) - 2y \\ y(1) = 1/4 \end{cases}$$

   (b) $(y^3 - y^2 \sin(x) - x)dx + (3xy^2 + 2y\cos(x))dy = 0.$

   (c) $xdy - (xe^{y/x} + y)dx = 0.$

   (d) $y = xy' - e^{y'}$. Graficar a solução singular (podem usar http://fooplot.com/ que é um graficador online: o produto entre funções escreve-se com um asterisco *).

3. Sabendo que a solução particular da equação diferencial $y' + y^2 + 3y + 2 = 0$ é $y_1(x) = -1$, encontrar a solução geral.

4. Sabendo que uma das soluções da equação diferencial $(1 - x^2)y'' + 2xy' - 2y = 0$ é $y_1(x) = x$, encontrar a outra solução.

5. Justificar (sem resolver a equação) por que o conjunto $\{1, \cos(x), \sin(x)\}$ é um conjunto fundamental de soluções para a equação
   $$y''' + y' = 0.$$

6. Encontrar as soluções gerais das seguintes equações diferenciais:

   (a) $y'' + 2y' + 5y = 3x^2$

   (b) $4y'' - 4y' + y = 16e^{x/2}$

   (c) $4x^2y'' + 4xy' + y = \ln(x)$