UNIVERSIDADE FEDERAL FLUMINENSE
DEPARTAMENTO DE CIÊNCIAS DA NATUREZA
CAMPUS DE RIO DAS OSTRAS
Professor Reginaldo Demarque

2ª Chamada da
2ª Prova de Cálculo II
12/07/2023 – 2023-1

Gabarito

Questão 1. .... ______/ 3 pts

Determine a solução geral da EDO

$$\frac{d}{dt}y(t) - y(t)\tan(t) = 2\sin(t),$$

Solução: Como a EDO é linear de primeira ordem, multiplicando-a pelo fator integrante $\mu = e^{\int -\tan(t)\,dt} = \cos(t)$, temos:

$$\frac{d}{dt}\left(\cos(t)y(t)\right) = 2\sin(t)\cos(t).$$

Integrando em relação a t, obtemos

$$\cos(t)y(t) = \int 2\sin(t)\cos(t)\,dt = \sin^2(t) + C = -\cos^2(t) + C_1.$$

Com isso, a solução geral da EDO é:

$$y(t) = -\cos(t) + \frac{C_1}{\cos(t)}.$$

Questão 2. .... ______/ 4 pts

Dado $a \in \mathbb{R}$, determine a solução do PVI

$$\begin{cases} y''(t) + 2a\,y'(t) + (1+a^2)\,y(t) = 0, \\ y(0) = 1,\ y'(0) = 0. \end{cases}$$

Solução: Vamos primeiro determinar a solução geral da EDO.

Equação Característica

$$\lambda^2 + 2a\lambda + 1 + a^2 = 0 \Rightarrow \lambda_1 = -i - a, \quad \lambda_2 = i - a$$

Com isso a solução geral da EDO é:

$$y(t) = \left(C_2\cos(t) + C_1\sin(t)\right)e^{-at},\ \forall t \in \mathbb{R}.$$

Substituindo $y(0) = 1$, temos

$$C_2 = 1.$$

Assim

$$y(t) = \left(\cos(t) + C_1\sin(t)\right)e^{-at},$$

Donde,
$$y'(t) = \left(-\sin(t) + C_1\cos(t)\right)e^{-at} - a\left(\cos(t) + C_1\sin(t)\right)e^{-at}.$$
Daí, substituindo $y'(0) = 0$, temos
$$-a + C_1 = 1.$$
Portanto,
$$y(t) = \left(\cos(t) + a\sin(t)\right)e^{-at},\ \forall t \in \mathbb{R}.$$