

Capítulo II

Vetores Força

Profa. Salete Souza de Oliveira

Home: <http://www.professores.uff.br/salete>

Bibliografia Básica

1. BEER & JOHNSTON – **Mecânica Vetorial para Engenheiros – Estática**
3. R. C. HIBBELER – **Estática – Mecânica para Engenharia**

Equilíbrio do Ponto Material



- 1- Forças
- 2- Componentes Cartesianas
- 3- Forças Concorrentes
- 4- Equilíbrio de um Ponto Material

2.1 – Escalares e Vetores

Escalar: É um número positivo ou negativo. Ex: Massa e Volume.

Vetor: É uma quantidade que tem grandeza, direção e sentido. Ex: Posição, força e momento.

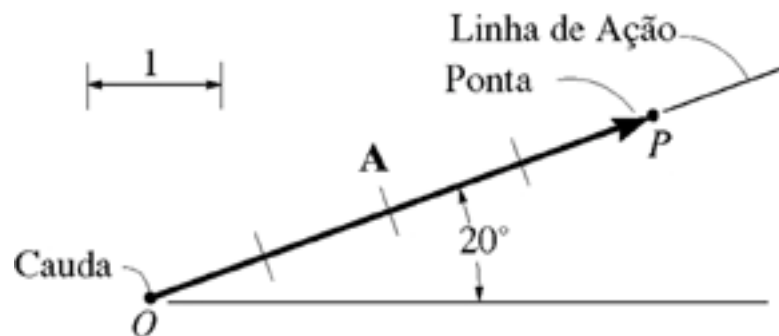
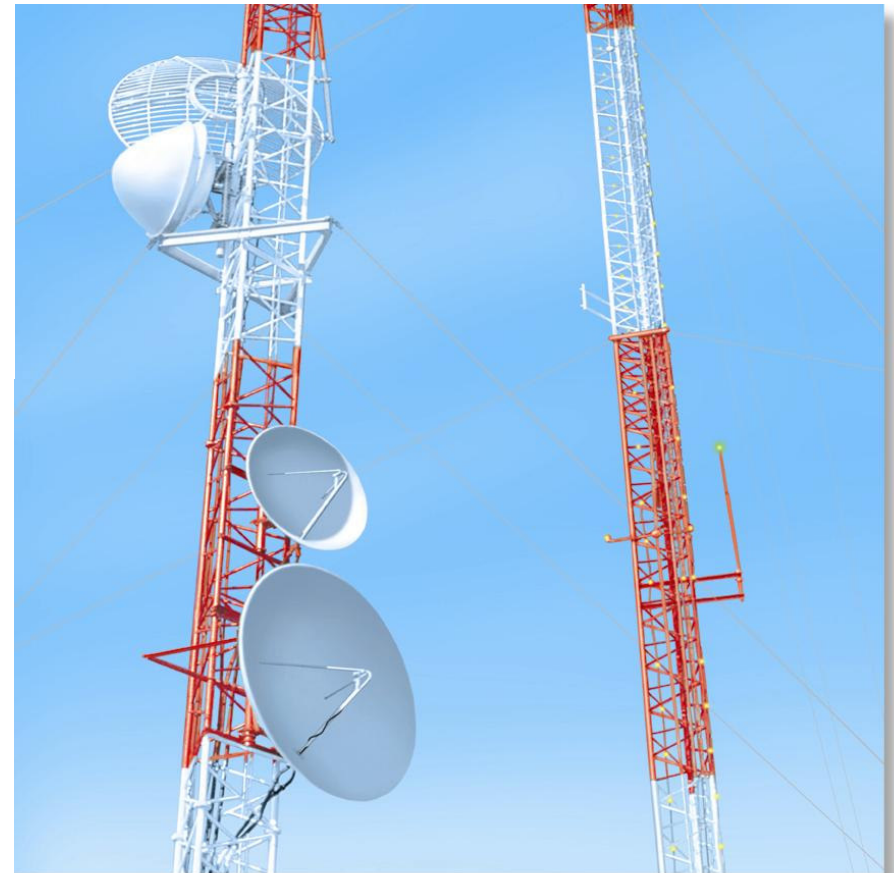


Figura 2.2

Figura 2.1- Forças em torres de comunicação



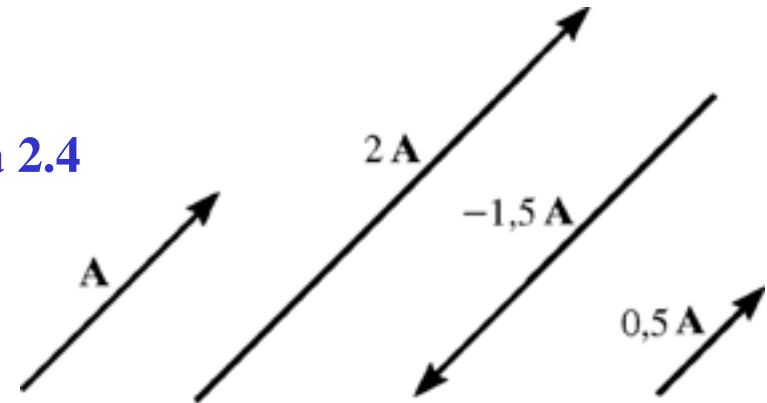
2.2 – Operações Vetoriais

Multiplicação e Divisão de um Vetor por um Escalar



Vetor A e sua contrapartida negativa

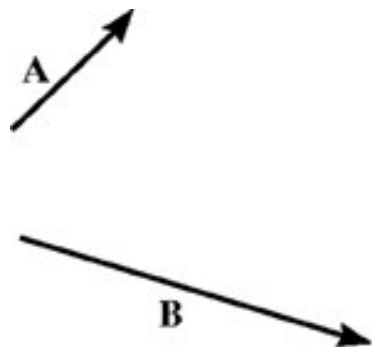
Figura 2.4



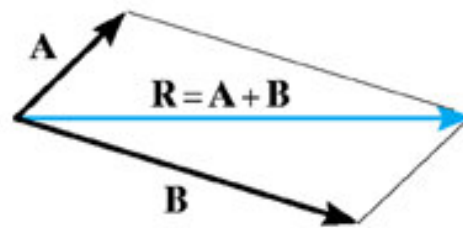
Multiplicação e divisão escalares

Figura 2.3

Adição Vetorial



(a)



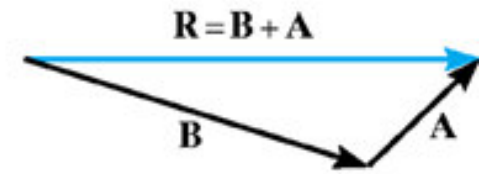
Lei do Paralelogramo

(b)



Construção do triângulo

(c)

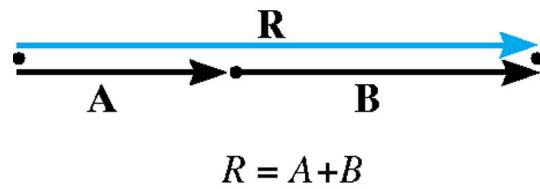


Construção do triângulo

(d)

Figura 2.5

Adição Vetorial

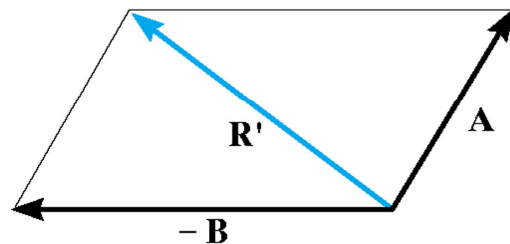
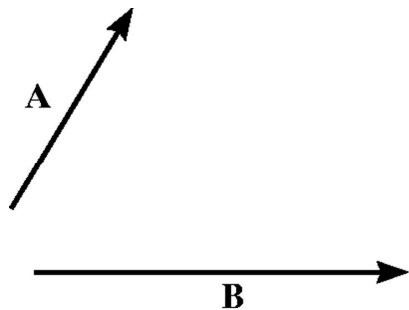


Adição de vetores colineares

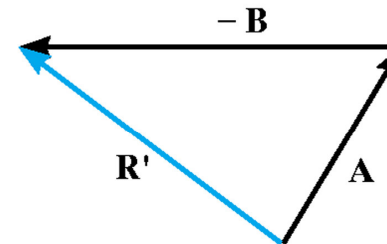
Figura 2.6

Subtração Vetorial

 $R' = A - B = A + (-B)$



ou



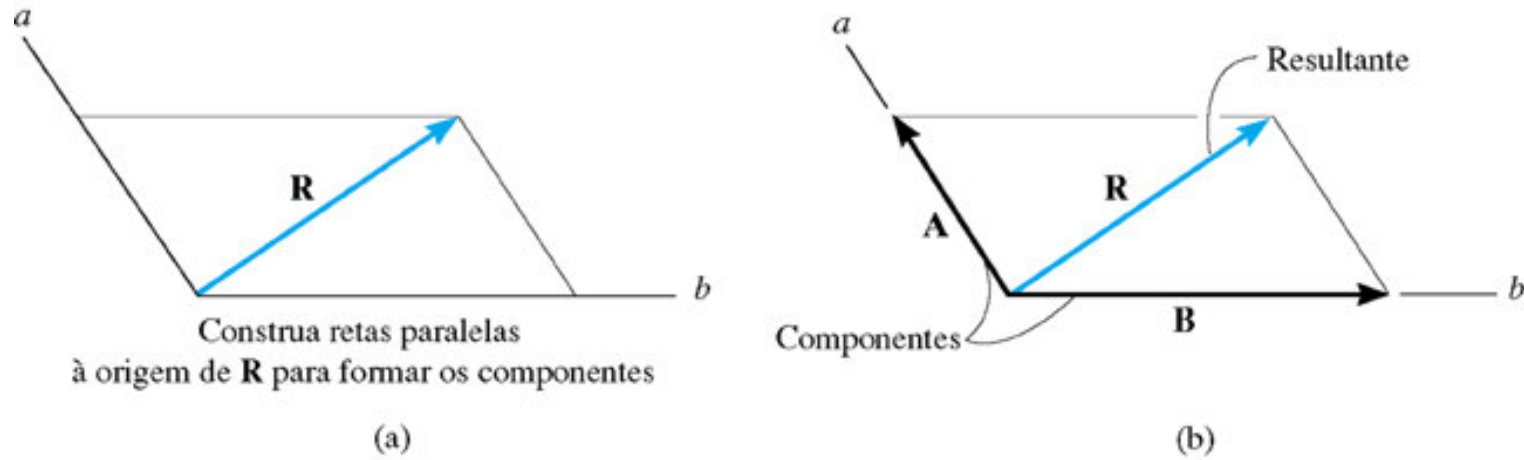
Lei do paralelogramo

Construção do triângulo

Subtração vetorial

Figura 2.7

Decomposição de Vetores – Lei do Paralelogramo



Decomposição de um vetor

Figura 2.8

Decomposição de Vetores

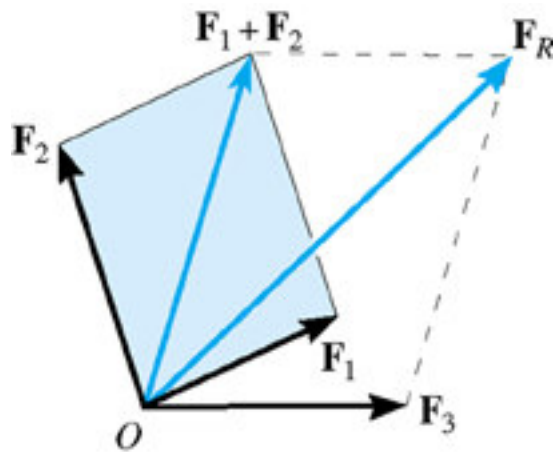
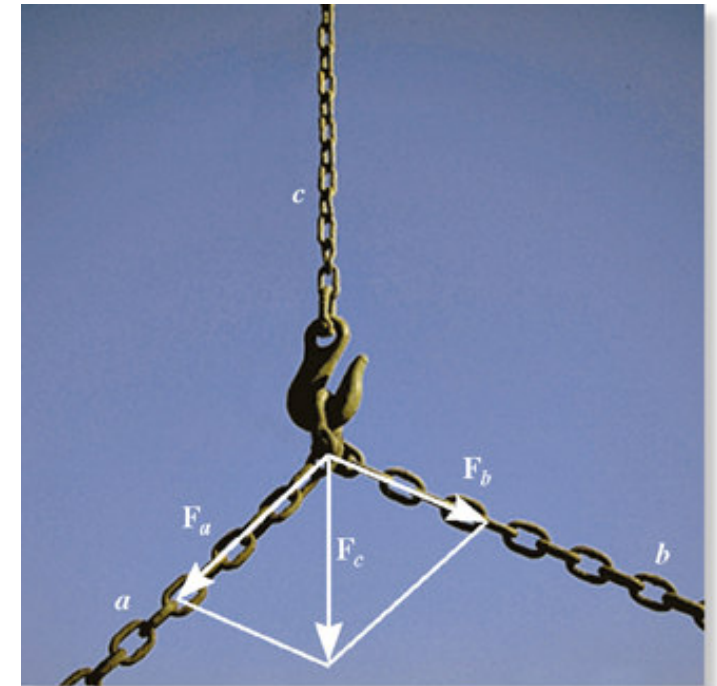


Figura 2.9



Lei dos Senos

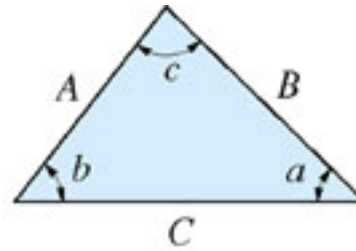


Figura 2.10

Lei dos senos:

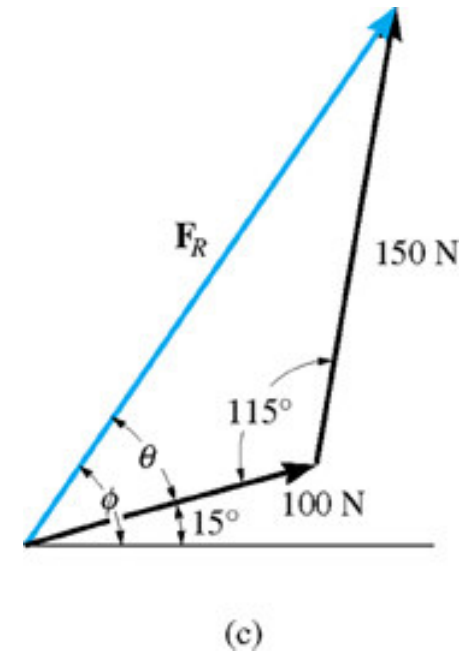
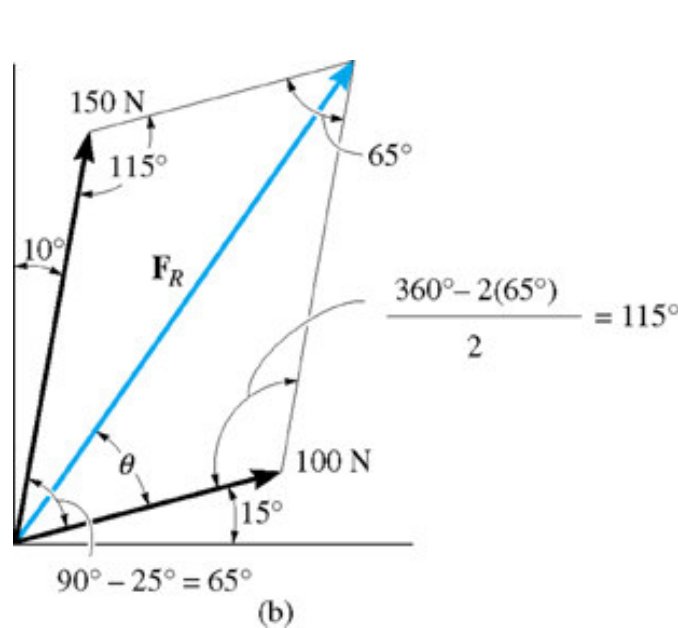
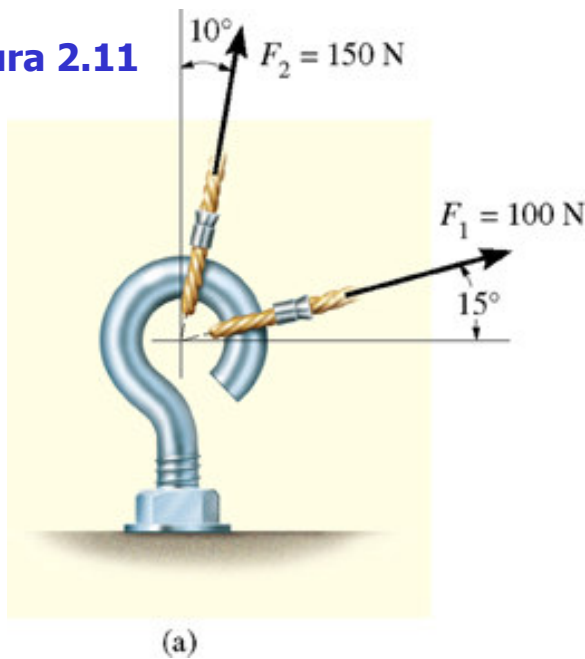
$$\frac{A}{\sin a} = \frac{B}{\sin b} = \frac{C}{\sin c}$$

Lei dos cossenos:

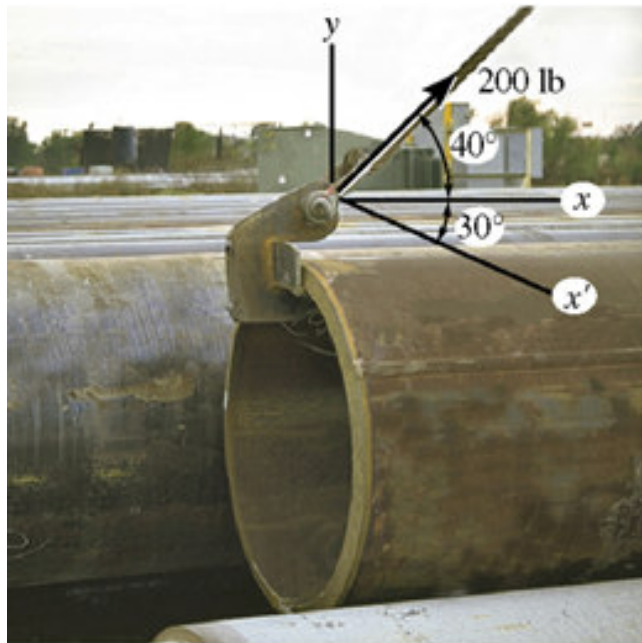
$$C = \sqrt{A^2 + B^2 - 2AB \cos c}$$

Ex 1: O parafuso tipo gancho da Figura 2.11 está sujeito a duas forças F_1 e F_2 . Determine a intensidade (Módulo) e a direção da força resultante

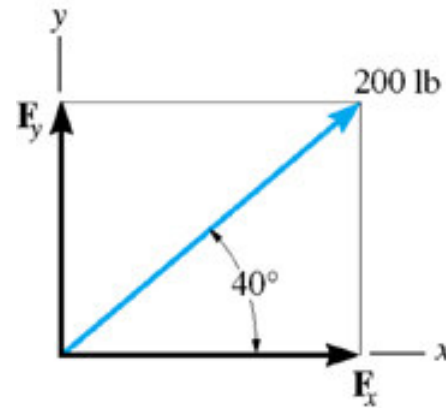
Figura 2.11



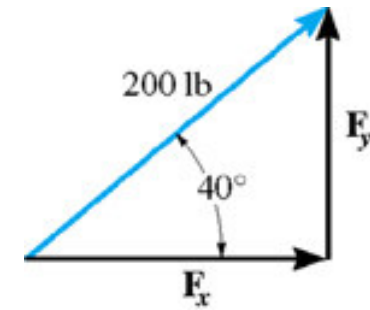
Ex 2: Decomponha a força de 200 lb que atua sobre o tubo (Fig. 2.12.a) em componentes nas direções (a) x e y (b) x' e y'



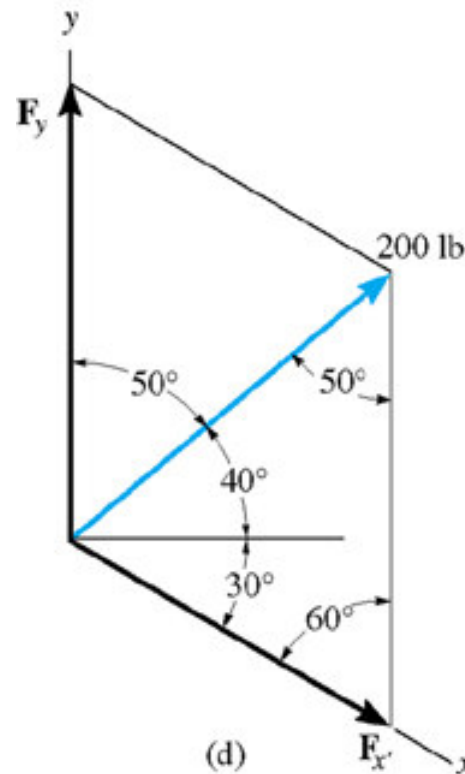
(a)



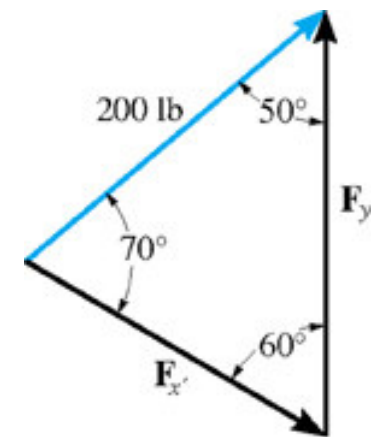
(b)



(c)



(d)



(e)

Figura 2.12

Ex 3: O anel mostrado na Figura 2.13.a está submetido a duas forças F_1 e F_2 . Se for necessário que a força resultante tenha intensidade de 1 kN e seja orientada verticalmente para baixo, determine (a) intensidade de F_1 e F_2 , desde que $\theta=30^\circ$, e (b) as intensidades de F_1 e F_2 , se F_2 for mínima

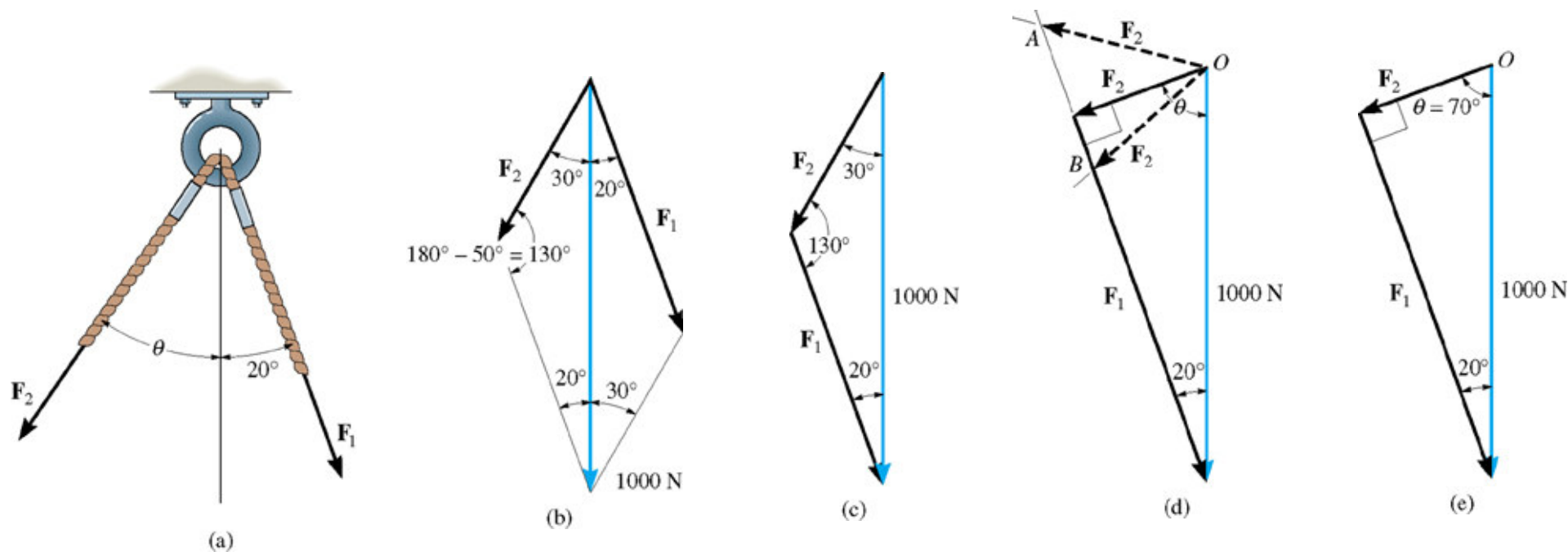
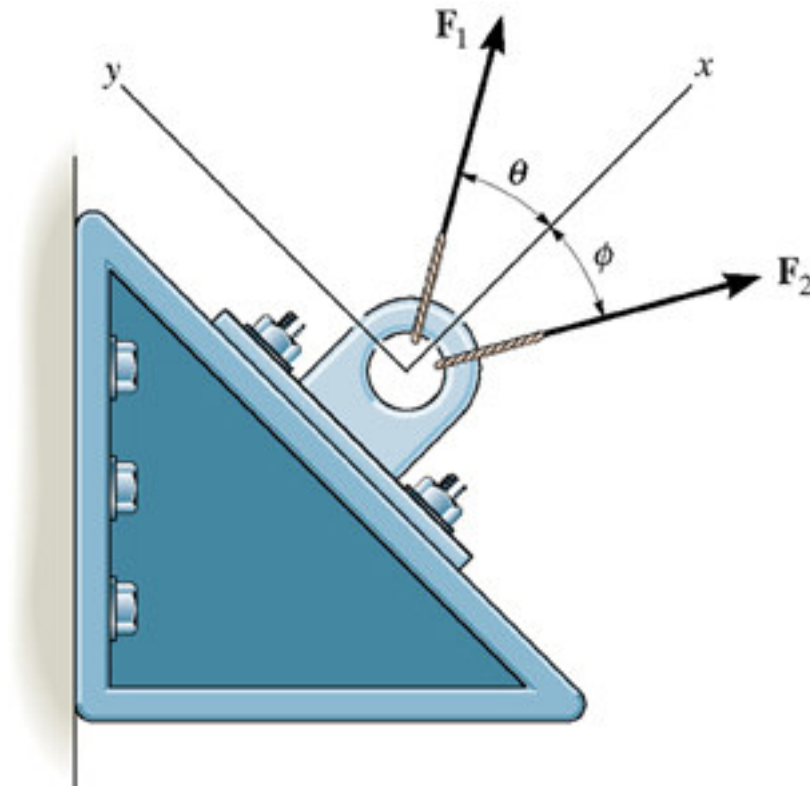
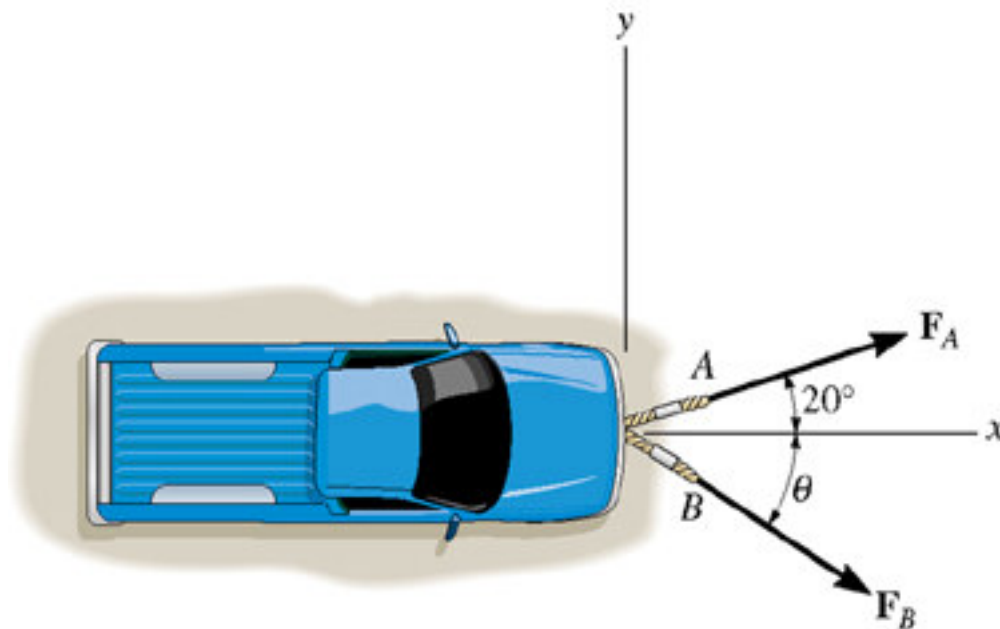


Figura 2.13

Ex 3: Se $F_1 = F_2 = 30$ lb, determine os ângulos θ e ϕ , de modo que a força resultante seja orientada ao longo do eixo x positivo e tenha intensidade $F_R = 20$ lb

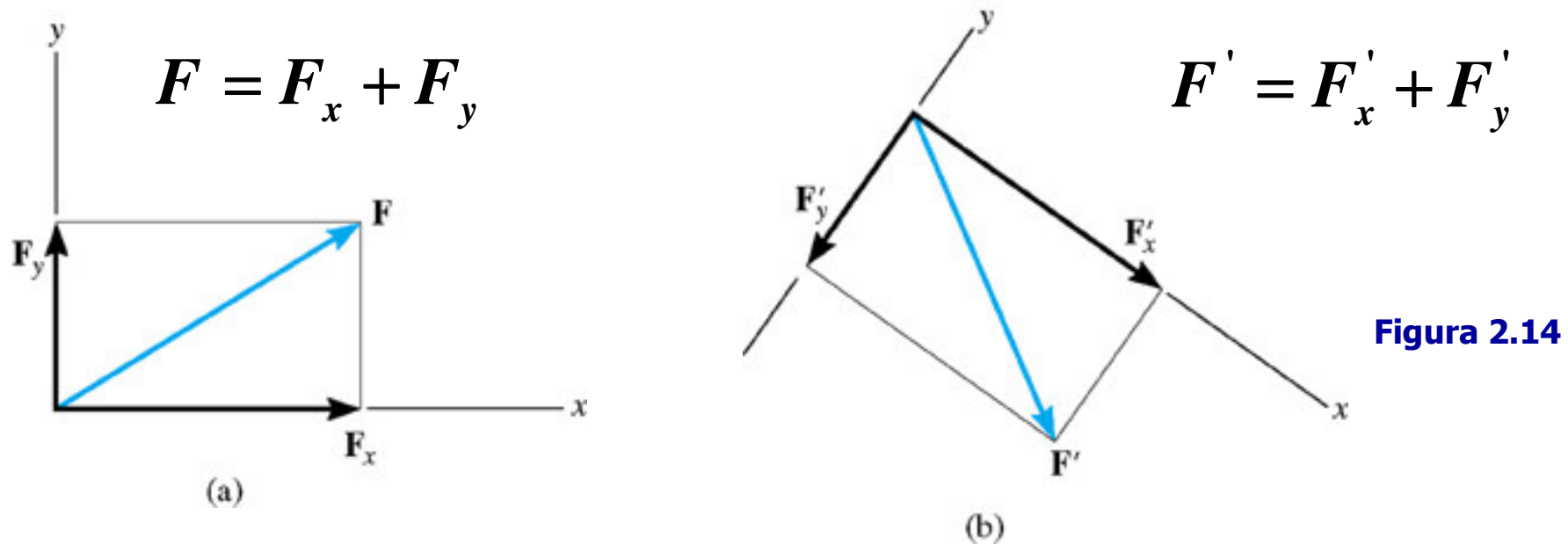


Ex 4: A caminhonete deve ser rebocada usando-se duas cordas. Se a força resultante for de **950 N**, orientada ao longo do eixo **x** positivo, determine as intensidades das forças F_A e F_B que atuam em cada corda e o ângulo θ de F_B , de modo que a intensidade de F_B seja mínima. F_A atua com 20° a partir do eixo **x**, como mostra a Figura.



Resolver os exercícios do Hibbeler 2.8, 2.12, 2.13, 2.17, 2.18, 2.26

Adição de um Sistema de Forças Coplanares



Notação Vetorial $\vec{F} = F_x \vec{i} + F_y \vec{j}$

$\vec{F}' = F'_x \vec{i} + F'_y (-\vec{j})$

Notação Escalar $\vec{F} = (F_x, F_y)$

Resultante de Forças Coplanares

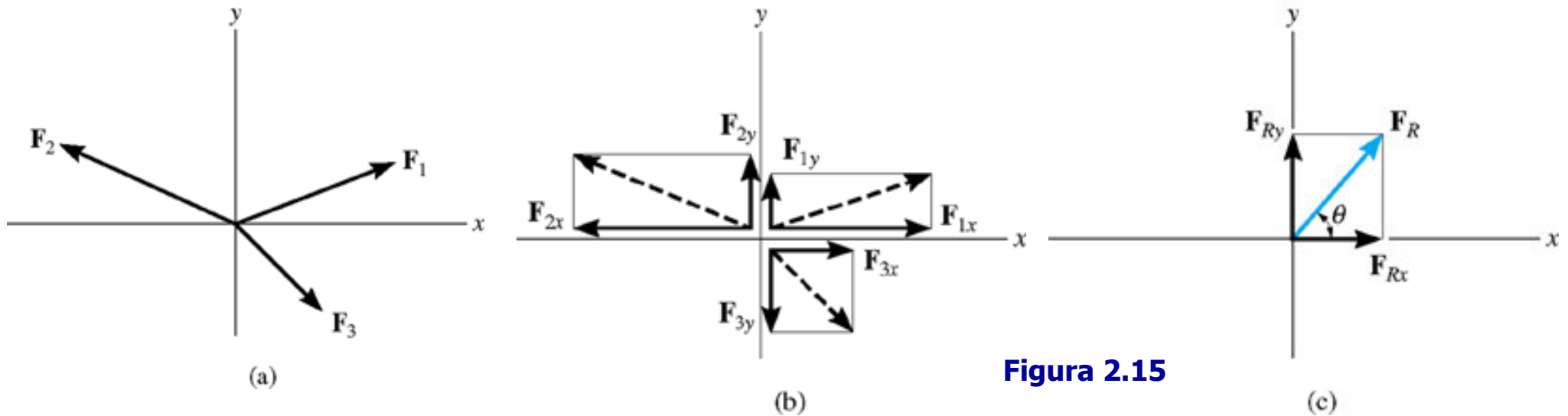


Figura 2.15

$$\vec{F}_1 = F_{1x} \vec{i} + F_{1y} \vec{j}$$

$$\vec{F}_2 = -F_{2x} \vec{i} + F_{2y} \vec{j}$$

$$\vec{F}_3 = F_{3x} \vec{i} - F_{3y} \vec{j}$$

Vetor Resultante

$$\begin{aligned} \mathbf{F}_R &= \mathbf{F}_1 + \mathbf{F}_2 + \mathbf{F}_3 = F_{1x} \mathbf{i} + F_{1y} \mathbf{j} - F_{2x} \mathbf{i} + F_{2y} \mathbf{j} + F_{3x} \mathbf{i} - F_{3y} \mathbf{j} \\ &= (F_{1x} - F_{2x} + F_{3x}) \vec{i} + (F_{1y} + F_{2y} - F_{3y}) \vec{j} = (F_{Rx}) \vec{i} + (F_{Ry}) \vec{j} \end{aligned}$$

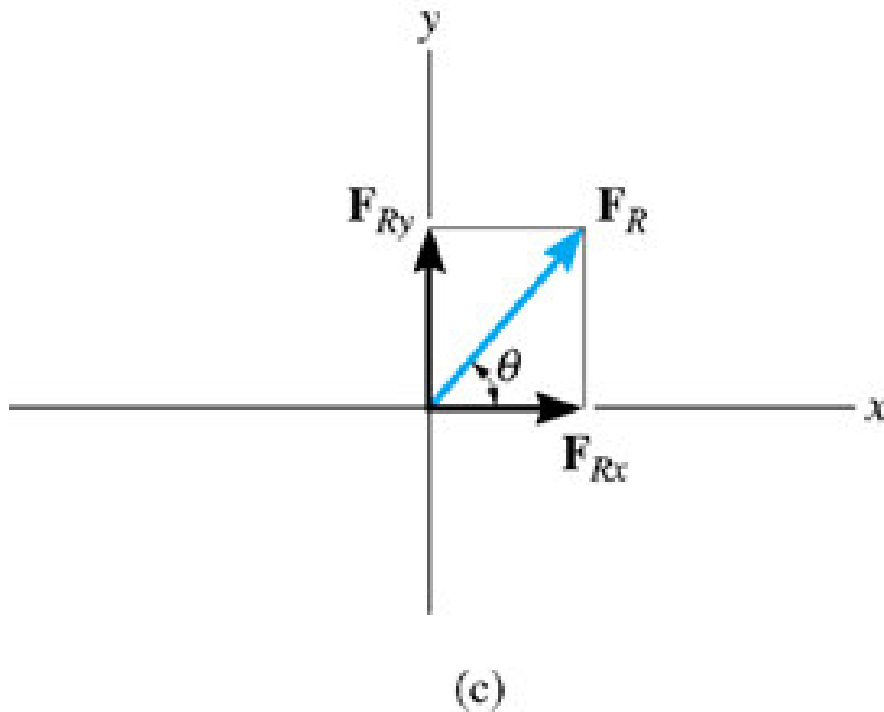
Resultante de Forças Coplanares

$$F_{Rx} = \sum F_x$$

$$F_{Ry} = \sum F_y$$

$$F_R = \sqrt{F_{Rx}^2 + F_{Ry}^2}$$

$$\text{Ângulo de Direção} \longrightarrow \theta = \operatorname{tg}^{-1} \left| \frac{F_{Ry}}{F_{Rx}} \right|$$



Força resultante sobre os cabos

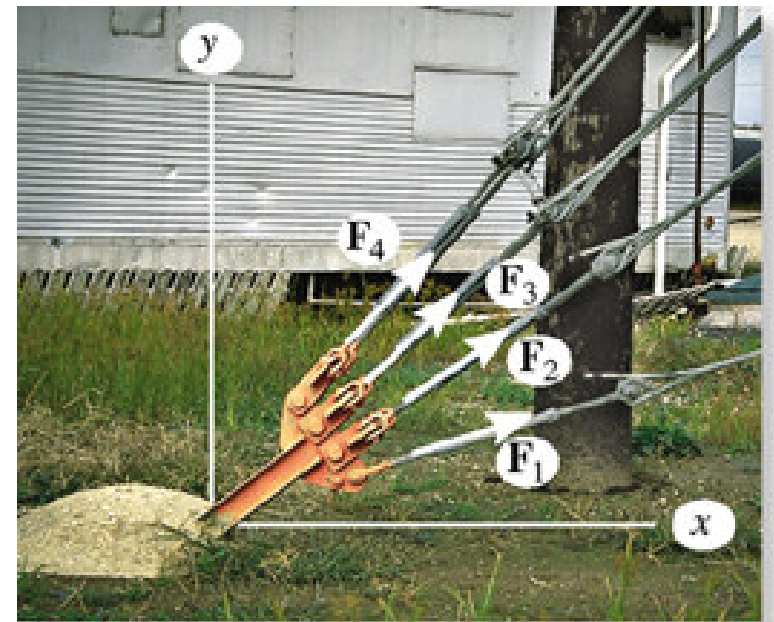
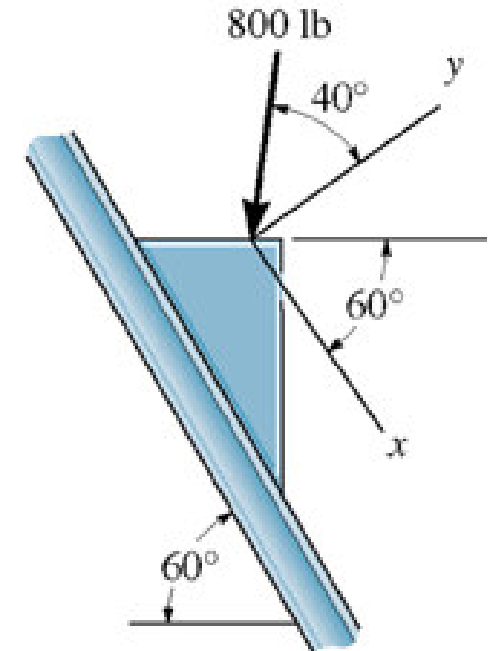


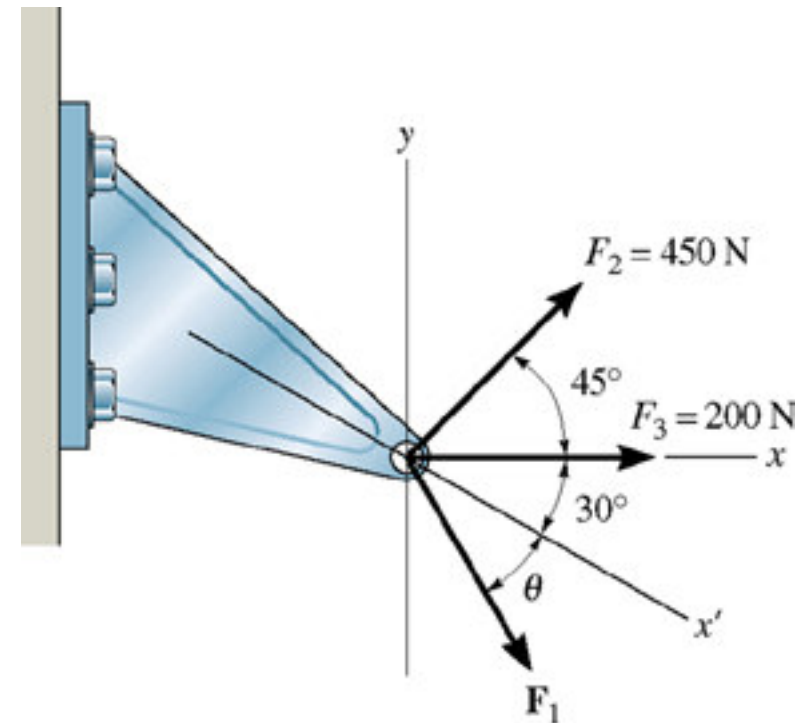
Figura 2.16

Exercícios

1- Determine os componentes x e y da força de 800 lb.

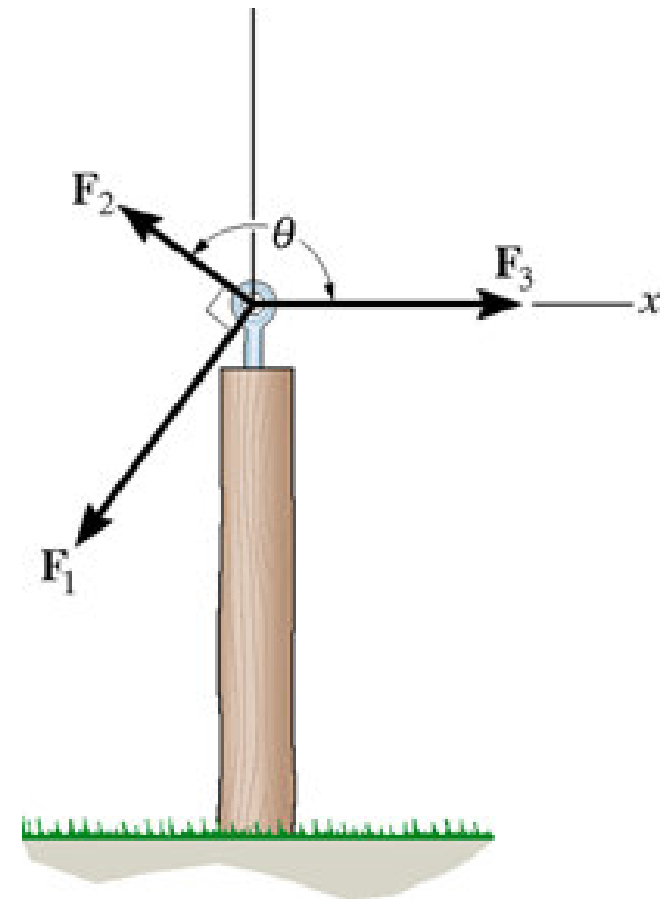


2- Se $F_1 = 300 \text{ N}$ e $\theta = 20^\circ$, determine a intensidade e a direção, medida no sentido anti-horário, a partir do eixo x' , da força resultante das três forças que atuam sobre o suporte.



Exercícios

3- As três forças concorrentes que atuam sobre o poste produzem uma força resultante $F_R=0$. Se $F_2=1/2F_1$ e F_1 estiver a 90° de F_2 , como mostrado, determine a intensidade necessária de F_3 expressa em termos de F_1 e do ângulo θ



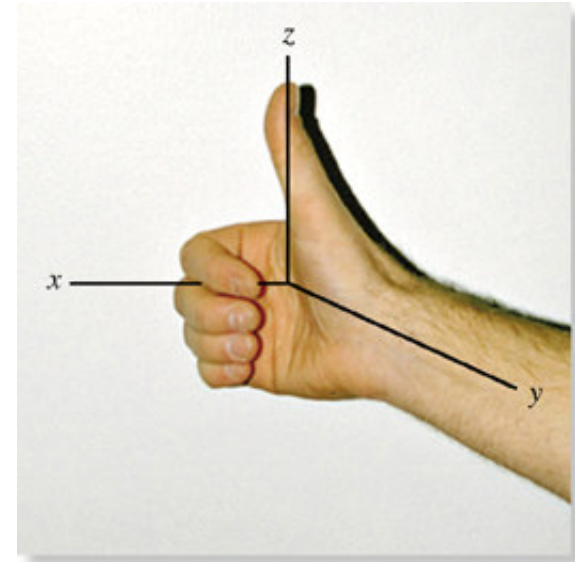
Para casa: Resolver do livro do Hibeller 2.34, 2.38, 2.46 e 2.57

Vetores Cartesianos

*Sistema de Coordenadas
Utilizando a Regra da
Mão Direita*

*Componentes
retangulares de um vetor*

$$\mathbf{A} = \mathbf{A}_x + \mathbf{A}_y + \mathbf{A}_z$$



Sistema de coordenadas da mão direita

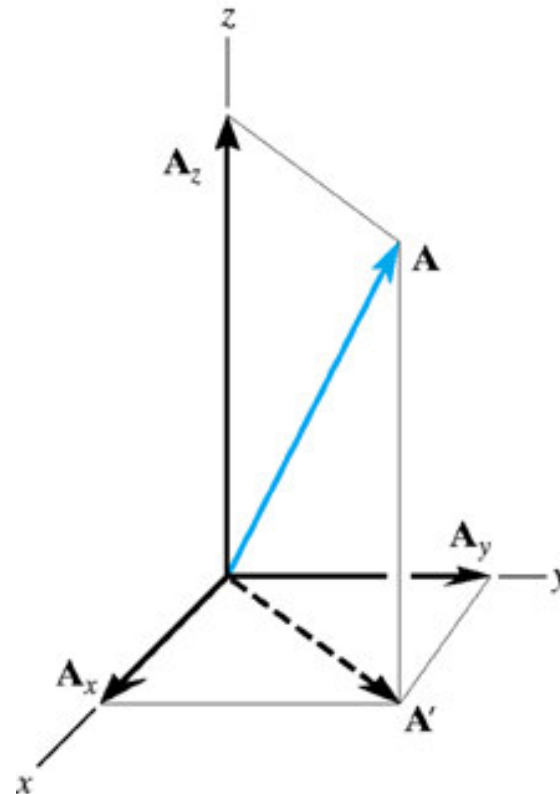


Figura 2.17

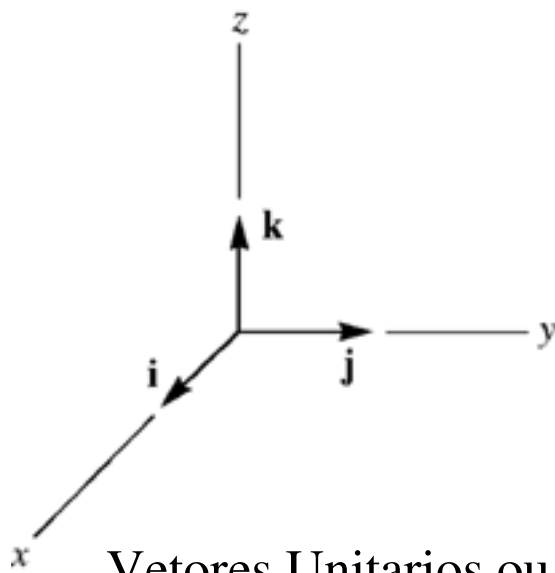
Forças Iguais

Mesmo módulo, mesma direção e mesmo sentido

Forças Opostas

Mesmo módulo, mesma direção e sentidos opostos

Componentes Cartesianas



Vetores Unitarios ou
versor

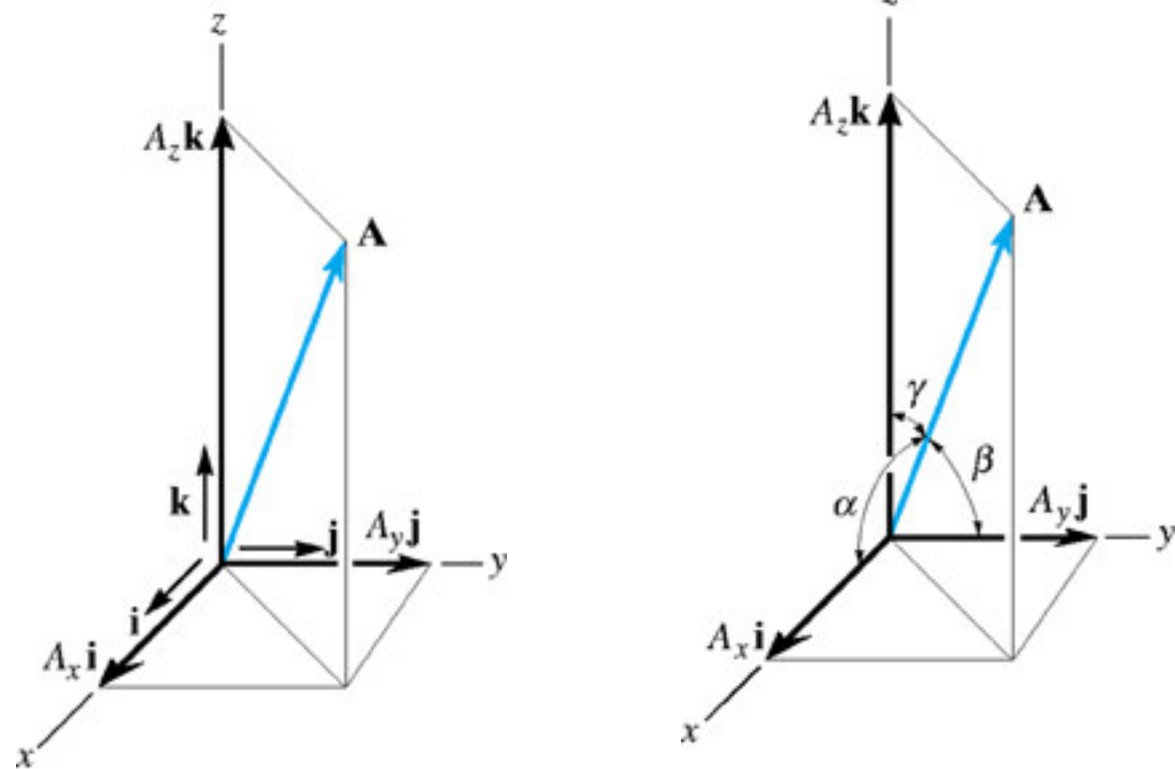


Figura 2.17

Intensidade e Direção de um Vetor Cartesiano

Ângulos Diretores

$$A = \sqrt{A_x^2 + A_y^2 + A_z^2}$$

$$\cos \alpha = \frac{A_x}{A}$$

$$\cos \beta = \frac{A_y}{A}$$

$$\cos \gamma = \frac{A_z}{A}$$

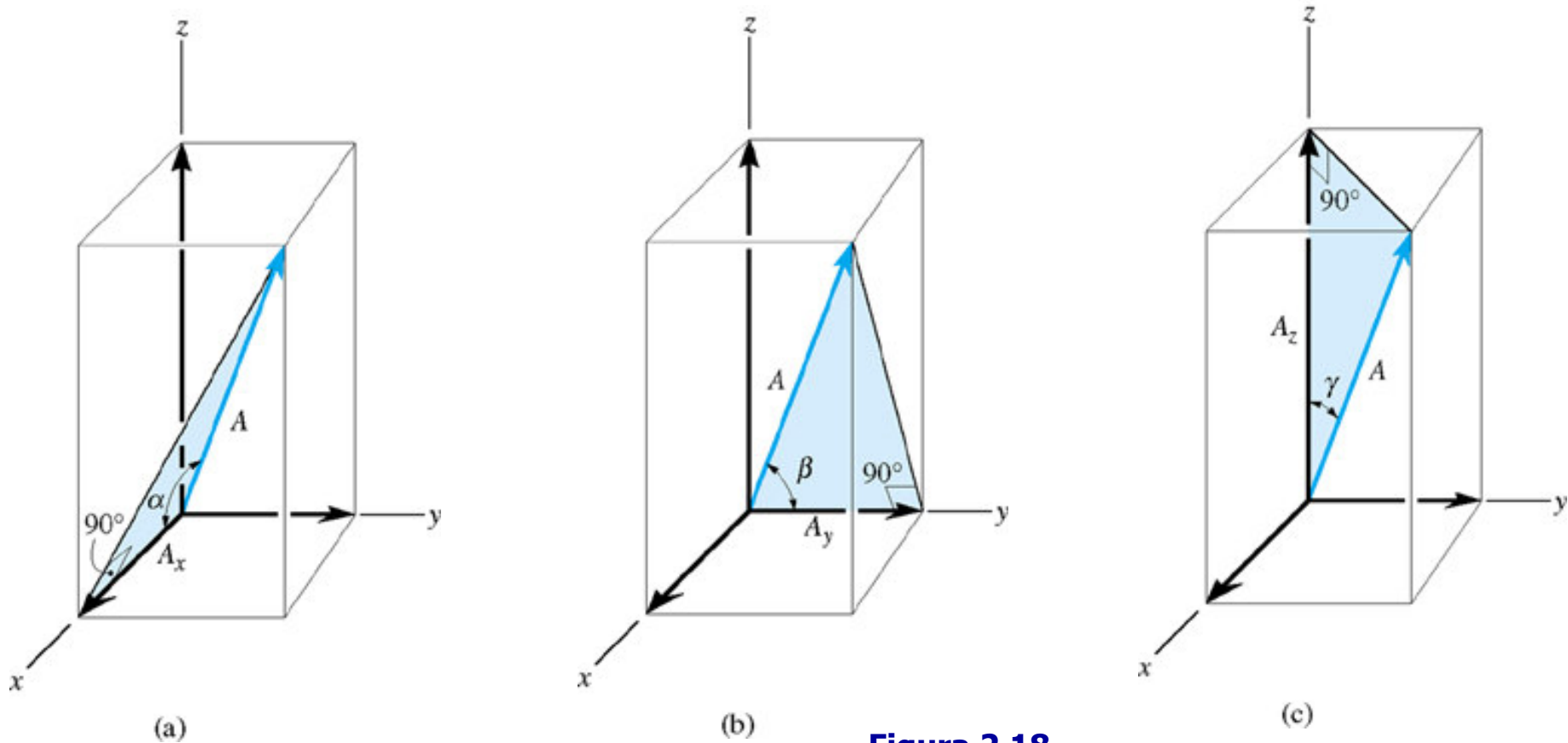


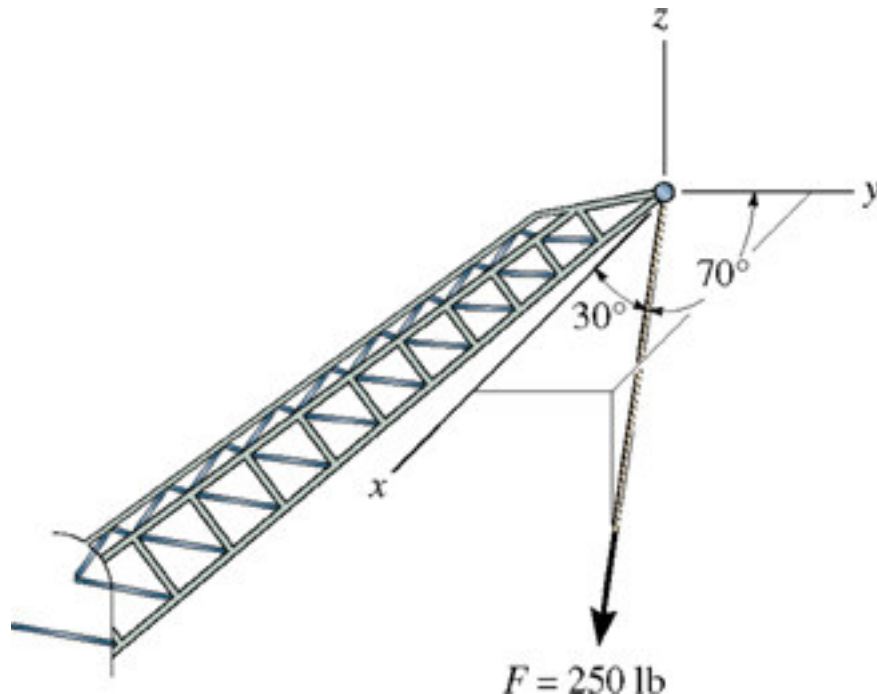
Figura 2.18

Sistema de Forças Concorrentes : Linhas de ação de suas forças concorrem num ponto.

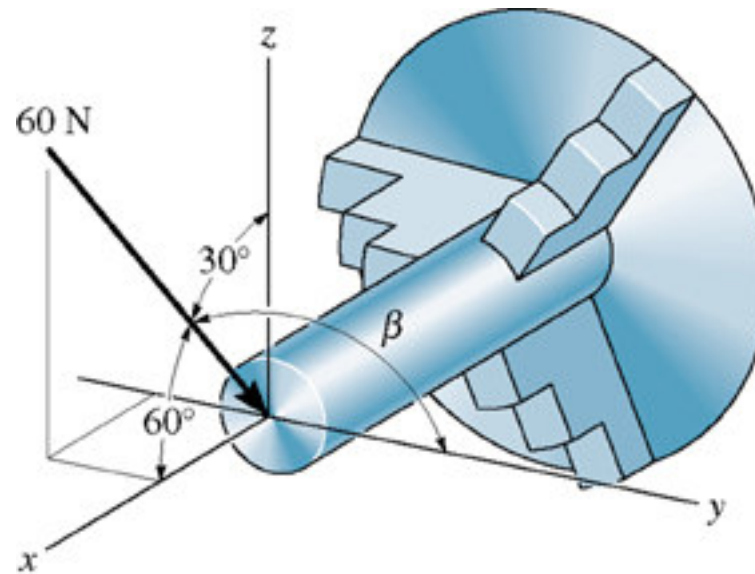
cálculo da Resultante - Método Trigonometrico(Lei dos Senos e lei dos cossenos) - Método das Componentes

Exercícios

1- O cabo da extremidade da lança do guincho exerce uma força de 250 lb sobre a lança, como mostrado. Expresse F como vetor cartesiano

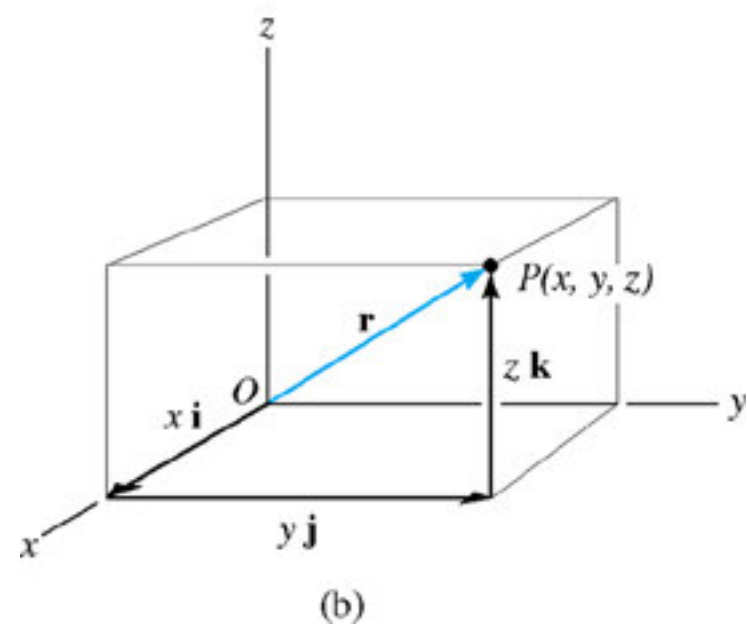
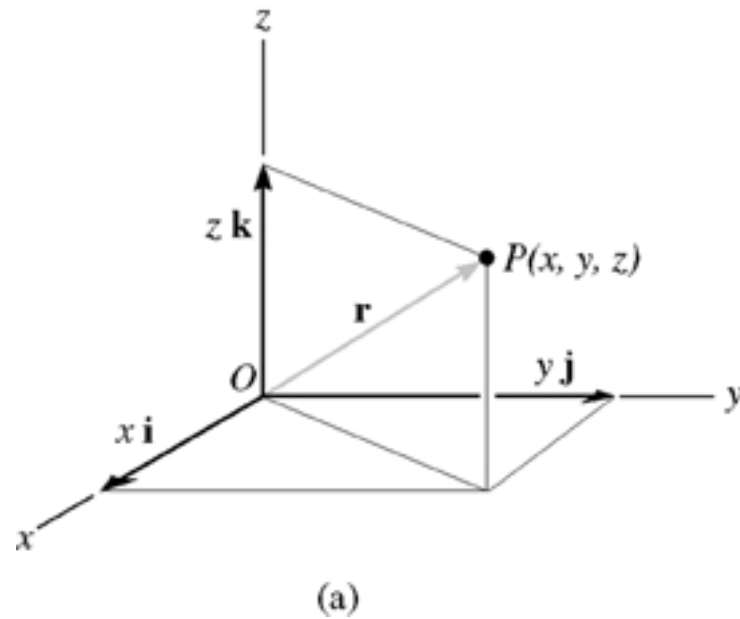


2- O tarugo montado no torno esta sujeito a uma força de 60 N.
Determine o ângulo de direção das coordenadas β e expresse a força como vetor cartesiano.



Para casa: 2.68, 2.69

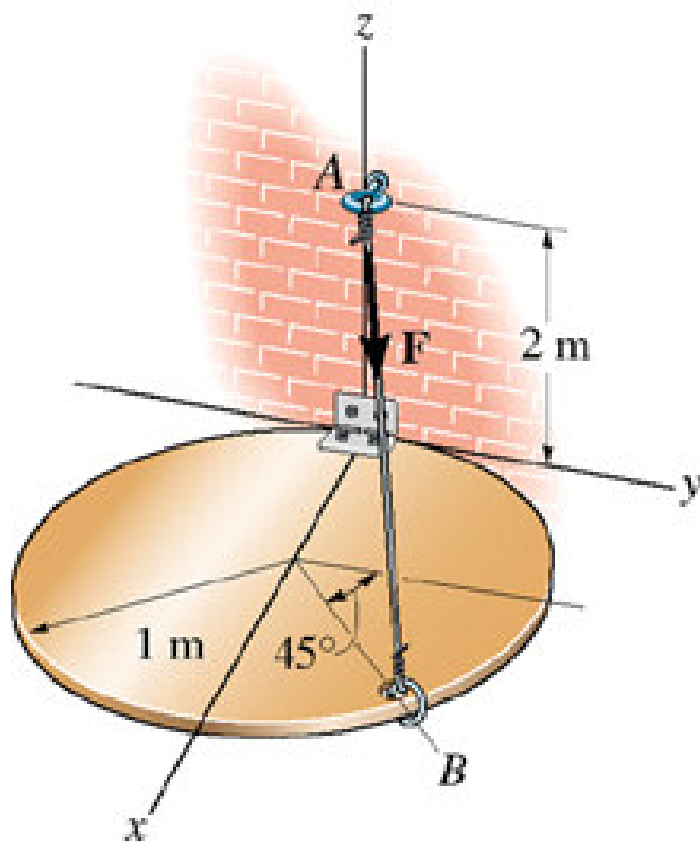
Vetor Posição r . É definido como um vetor fixo que localiza um ponto do espaço em relação a outro



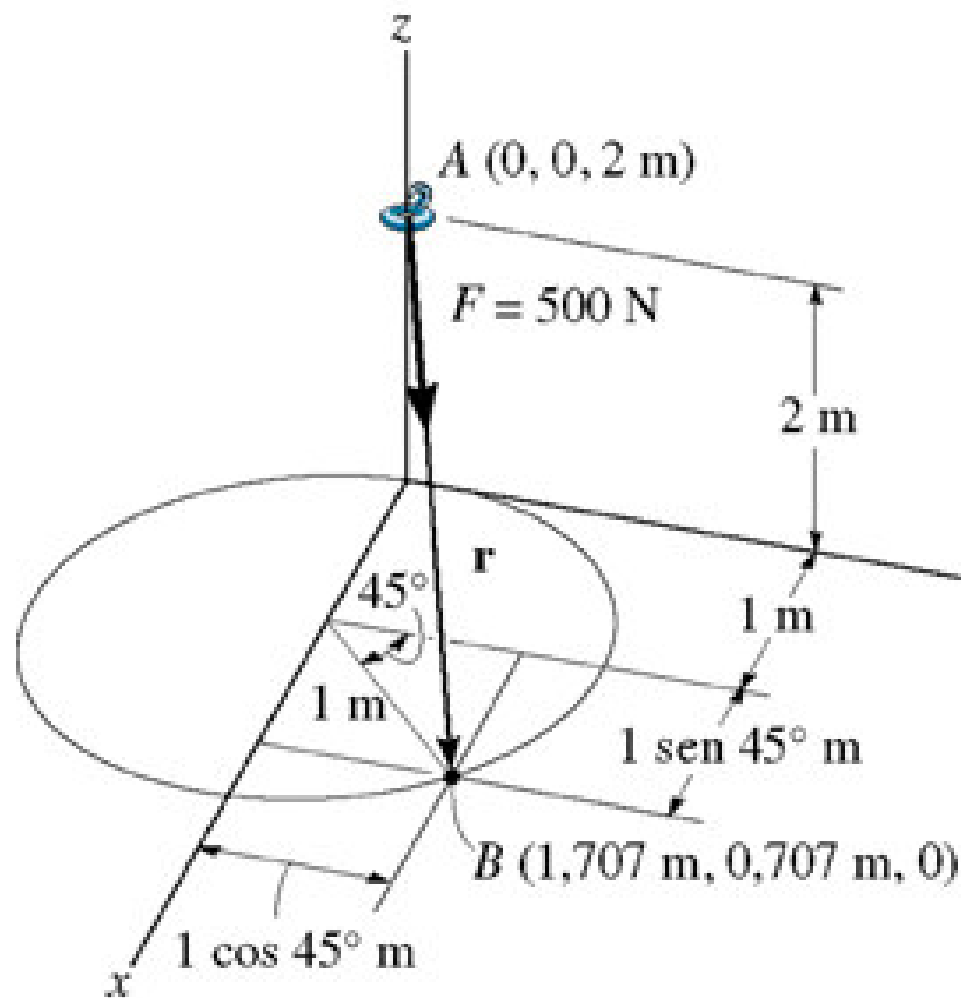
$$\mathbf{r} = (x_B - x_A)\mathbf{i} + (y_B - y_A)\mathbf{j} + (z_B - z_A)\mathbf{k}$$

Figura 2.19

Ex. A placa circular da Figura é parcialmente suportada pelo cabo AB. Se a força do cabo no gancho em A for $F = 500\text{ N}$, expresse F como vetor cartesiano



(a)



(b)