

Opções Reais - Modelo Binomial

Valoração Sistêmica de Propriedade Intelectual e Transferência de Tecnologia

Prof. Samuel Alex Coelho Campos

Table of contents I

- 1 Introdução
- 2 Resultado (*Payoff*) de opções
- 3 Modelo Binomial
- 4 Referências
- 5 Obrigado

Introdução

Introdução

- Uma opção fornece ao detentor o **direito** de comprar ou vender uma quantidade específica de um ativo subjacente a um preço fixo (chamado de strike price ou preço de exercício) na data de expiração da opção ou antes dela.
- Como é um direito e não uma obrigação, o detentor pode escolher **não exercer** o direito e permitir que a opção expire.
- Existem dois tipos de opções — opções de compra e opções de venda.

Resultado (*Payoff*) de opções

Resultado (*Payoff*) de opções

Opção de compra

- Uma opção de compra dá ao comprador da opção o direito de comprar o ativo subjacente a um preço fixo (strike ou preço de exercício), a qualquer momento antes da data de expiração da opção
- O comprador paga um preço por esse direito. Se na expiração o valor do ativo for menor que o preço de exercício, a opção não é exercida e expira sem valor.

Resultado (*Payoff*) de opções

Opção de compra

- Se o valor do ativo for maior que o preço de exercício, a opção é exercida — o comprador da opção compra o ativo pelo preço de exercício e a diferença entre o valor do ativo e o preço de exercício compreende o lucro bruto do investimento.
- O lucro líquido do investimento é a diferença entre o lucro bruto e o preço pago pela compra inicialmente.

Resultado (*Payoff*) de opções

Opção de compra

- Para uma compra, o pagamento líquido é **negativo** (e igual ao preço pago pela compra) se o valor do ativo subjacente for **menor que o preço de exercício**.
- Se o preço do ativo subjacente **exceder o preço de exercício**, o pagamento bruto é a diferença entre o valor do ativo subjacente e o preço de exercício, e o pagamento líquido é a diferença entre o pagamento bruto e o preço da opção de compra.

Resultado (*Payoff*) de opções

Opção de compra

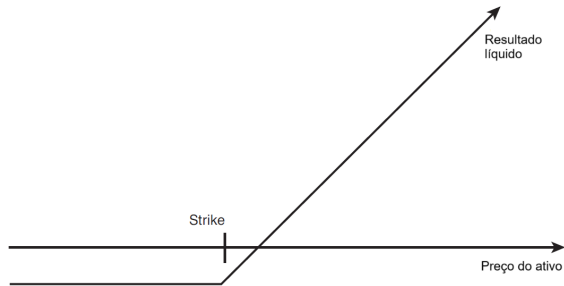


Figure 1: Resultado de uma opção de compra

Resultado (*Payoff*) de opções

Opção de venda

- Uma opção de venda dá ao comprador da opção o **direito de vender** o ativo subjacente a um preço fixo, novamente chamado de preço de exercício ou strike, a qualquer momento antes da data de expiração da opção.
- O comprador paga um preço por esse direito.

Resultado (*Payoff*) de opções

Opção de venda

- Se o preço do ativo subjacente for **maior que o preço de exercício**, a opção não será exercida e **expirará sem valor**.
- Se o preço do ativo subjacente for **menor que o preço de exercício**, o proprietário da opção de venda exercerá a opção e venderá as ações pelo preço de exercício, reivindicando a diferença entre o preço de exercício e o valor de mercado do ativo como lucro bruto.

Resultado (*Payoff*) de opções

Opção de venda

- A compensação do custo inicial pago pela opção de venda produz o lucro líquido da transação.
- Uma opção de venda tem um pagamento líquido negativo se o valor do ativo subjacente exceder o preço de exercício e tem um pagamento bruto igual à diferença entre o preço de exercício e o valor do ativo subjacente se o valor do ativo for menor que o preço de exercício.

Resultado (*Payoff*) de opções

Opção de compra

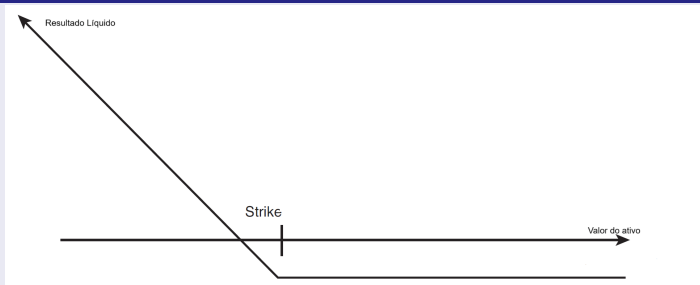


Figure 2: Resultado de uma opção de venda

Modelo Binomial

Modelo Binomial

- O modelo de precificação de opções binomial é baseado em uma formulação na qual o ativo pode se mover para um de dois preços possíveis em qualquer período de tempo.

Modelo Binomial

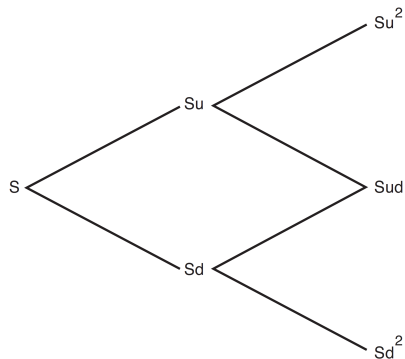


Figure 3: Formulação geral do modelo Binomial

Modelo Binomial

- S é o preço atual das ações; o preço sobe para S_u com probabilidade p e desce para S_d com probabilidade $1-p$ em qualquer período de tempo.
- O objetivo na criação de um **portfólio replicante** é usar uma combinação de empréstimos/empréstimos sem risco e o ativo subjacente para **criar os mesmos fluxos de caixa que a opção sendo avaliada** - o valor da opção deve ser igual ao valor do portfólio replicante.

Modelo Binomial

- Na formulação geral, os preços dos ativos podem subir para S_u ou descer para S_d em qualquer período de tempo;
- O portfólio replicante para uma opção de compra com preço de exercício K envolve tomar emprestado B e adquirir Δ do ativo subjacente, onde:

$$\text{Número de unidades do ativo subjacente compradas} = \frac{C_u - C_d}{S_u - S_d}$$

Sendo C_u e C_d o valor da opção de compra se o preço é S_u e S_d , respectivamente.

Modelo Binomial

- Em um processo binomial multiperíodo, a avaliação tem que prosseguir iterativamente; isto é, começando com o último período de tempo e movendo-se para trás no tempo até o ponto atual no tempo.
- Os portfólios que replicam a opção são criados em cada etapa e avaliados, fornecendo os valores para a opção naquele período de tempo.
- A saída final do modelo de precificação de opção binomial é uma declaração do valor da opção em termos do portfólio replicante, composto de ações Δ (delta da opção) do ativo subjacente e empréstimos sem risco.

Modelo Binomial

Valor da opção de compra

Valor atual do ativo subjacente * Delta da opção – Empréstimo necessário para replicar a opção

Modelo Binomial

Exemplo - Valor da opção de adiar um investimento

- Valor inicial do investimento = 50 (Strike ou preço de exercício);
- Taxa de interesse = 11%
- Em $t = 1$ podemos ter um VPL = 70 ($p=50\%$) ou VPL = 35.
- Em $t = 2$ podemos ter que o VPL=70 será 100 ou 50; o VPL = 35 será 25 ou 50.

Modelo Binomial

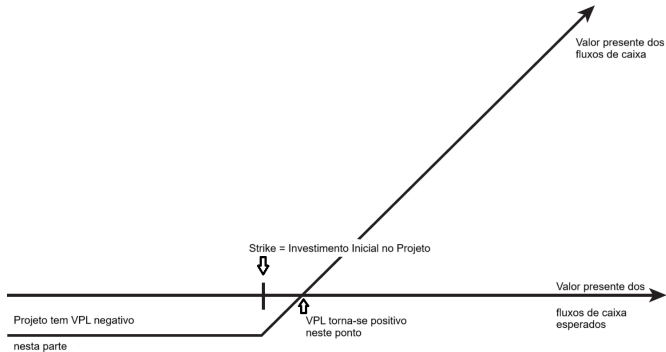


Figure 4: Diagrama para a opção de aguardar

Modelo Binomial

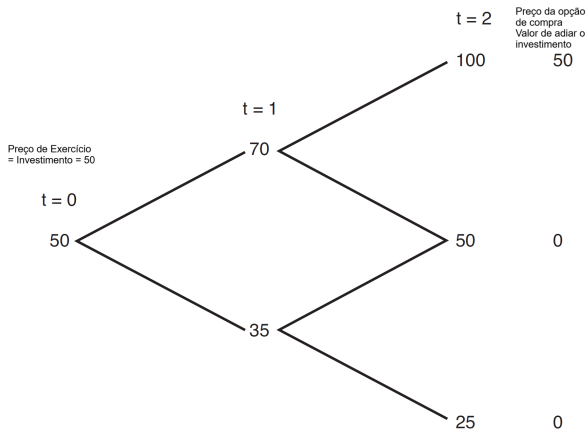


Figure 5: Formulação binomial para a opção de aguardar

Modelo Binomial

Exemplo - Valor da opção de adiar um investimento

Definindo: Δ = Número de ativos no Portfólio Replicante B = Dólares de Empréstimo no Portfólio Replicante

- O objetivo é combinar Δ ativos e B dólares de empréstimo para replicar os fluxos de caixa da opção de compra (opção de adiar o investimento) com um preço de exercício de \$ 50 (valor do investimento inicial).
- Iterativamente, começando com o último período e trabalhando de volta pela árvore binomial.

Modelo Binomial

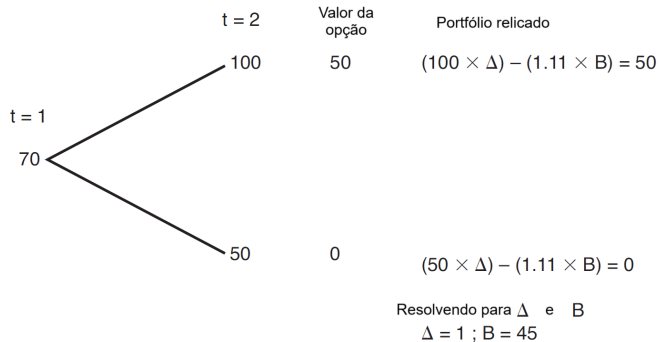


Figure 6: Formulação binomial para a opção de aguardar

Modelo Binomial

Exemplo - Valor da opção de adiar um investimento

- Se o VPL do investimento for \$70 em $t = 1$, tomar emprestado \$45 e fazer um investimento dará os mesmos fluxos de caixa que a opção de adiar o investimento
- O valor da opção de adiar o investimento em $t = 1$, se o VPL do investimento for \$ 70, é:

Valor da opção de adiar o investimento = Valor da Posição Replicante = $70 \Delta - B = 70 - 45 = 25$

Considerando a outra perna da árvore binomial em $t = 1$,

Modelo Binomial

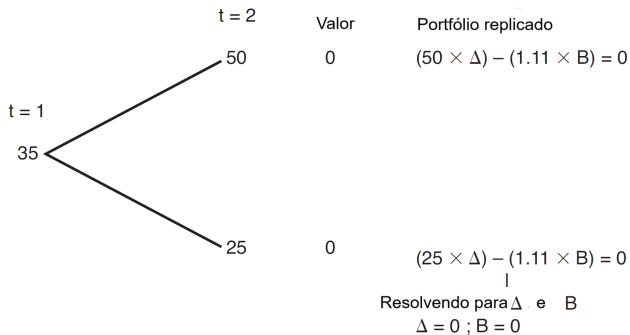


Figure 7: Formulação binomial para a opção de aguardar

Modelo Binomial

Exemplo - Valor da opção de adiar um investimento

- Se o VPL do investimento for 35 em $t = 1$, então a opção de adiar o investimento (opção de compra) pra não vale nada.

Etapa 2: voltar para o período de tempo anterior e criar um portfólio replicante que fornecerá os fluxos de caixa que a opção fornecerá.

Modelo Binomial

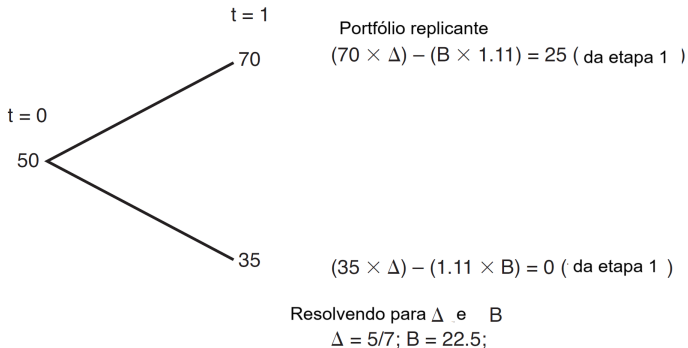


Figure 8: Formulação binomial para a opção de aguardar

Modelo Binomial

Exemplo - Valor da opção de adiar um investimento

- Tomar emprestado \$22,50 e investir 5/7 fornecerá os mesmos fluxos de caixa que uma opção de adiar o investimento com investimento inicial de \$50.
- O valor da opção de adiar o investimento (opção de compra) deve ser o mesmo que o valor desta posição.

Modelo Binomial

Valor da opção de adiar o investimento (opção de compra)

Valor do portfólio replicante = $5/7 * \text{Valor do investimento inicial} - 22,50 = 13,20$

Modelo Binomial

- O modelo binomial fornece insights sobre os determinantes do valor da opção.
- O valor de uma opção não é determinado pelo preço esperado do ativo, mas pelo seu preço atual, que, é claro, reflete as expectativas sobre o futuro.
- Esta é uma consequência direta da arbitragem.

Modelo Binomial

- Se o valor da opção se desviar do valor do portfólio replicante, os investidores podem criar uma posição de arbitragem — ou seja, uma que não exija investimento, não envolva risco e ofereça retornos positivos.

Modelo Binomial

- Para ilustrar, se o portfólio que replica a opção de compra custar mais do que a opção de compra no mercado, um investidor pode comprar a opção de compra, vender o portfólio replicante e ter a diferença garantida como lucro.

Modelo Binomial

- Os fluxos de caixa nas duas posições se compensam, levando a nenhum fluxo de caixa em períodos subsequentes. O valor da opção também aumenta à medida que o tempo até o vencimento é estendido, à medida que os movimentos de preço (u e d) aumentam e com aumentos na taxa de juros.

Referências

Referências

- DAMODARAN, A. **The Dark Side of Valuation**: Valuing Young, Distressed, and Complex Businesses. 2nd edition. Upper Saddle River : FT Press, 2010.

Obrigado