

2ª Lista , EDO

Professor: Sergio Licanic

1_ Ache o raio de convergência e o intervalo de convergência das seguintes séries de potências.

$$\begin{array}{llll}
 a) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1} x^n}{\sqrt{n}} & b) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x-1)^n}{\sqrt{10n}} & c) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2n! x^{n+1}}{(n+2)!} & d) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n! x^{n+1}}{3^n} \\
 e) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2 + (-1)^n}{6^n} (x-2)^{2n+1} & f) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{2^n} x^n & g) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{n^2 + 2n + 3} & h) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^n}{n!} x^n \\
 i) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{\ln(n)} x^n & j) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x-1)^n}{n^2 + 1} & k) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n x^n}{2^n} & l) \sum_{n=1}^{\infty} \left(\left(n \right)^{\frac{1}{n}} - 1 \right)^n x^n \\
 m) \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{n}{2n+1} \right)^n (x-10)^n & n) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^{2n}}{n(n+1)(n+2)} & o) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n x^n}{n+1} & p) \sum_{n=1}^{\infty} (\sqrt{n+1} - \sqrt{n}) x^n
 \end{array}$$

2_ Encontre o raio de convergência da série $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\text{sen} \frac{1}{n+1}}{n} (2x+5)^n$. Prove que o intervalo de convergência é um intervalo fechado.

3_ Seja $f(x) = \sum a_n x^n$ para $|x| < r$ e suponhamos que f e todas as suas derivadas se anulam em $x = 0$. Mostre que $f(x) = 0$ em $(-r, r)$.

4_ Calcule usando derivação ou integração termo a termo a soma das seguintes séries de potência.

$$\begin{array}{llll}
 a) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{n} & b) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1} x^n}{n} & c) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^{2n-1}}{2n-1} & d) \sum_{n=1}^{\infty} (n+1) x^n \\
 e) \sum_{n=1}^{\infty} n(n+1) x^n & f) \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n} 5^n x^{4n} & g) \sum_{n=0}^{\infty} \frac{x^n}{2^n(n+1)} & h) \sum_{n=1}^{\infty} n x^{n-1}
 \end{array}$$

5_ Use a série de $\frac{1}{1-x^2}$ para obter a expressão da série de potências da função $\frac{2x}{(1-x^2)^2}$.

6_ Suponhamos que $\sum_{n=0}^{\infty} a_n x^n$ converge em $x = -4$ e diverge em $x = 6$. O que podemos dizer da convergência das séries:

$$a) \sum_{n=0}^{\infty} a_n \quad b) \sum_{n=0}^{\infty} a_n 8^n \quad c) \sum_{n=0}^{\infty} a_n (-3)^n \quad d) \sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n a_n 9^n \quad e) \sum_{n=1}^{\infty} n(n-1) a_n 2^{n+2}$$

7_ Calcular o polinômio de Taylor de grau n das seguintes funções com centro no ponto a indicado e dê o resto (na forma de Lagrange),

$$a) x \cos(x^2), \quad a = 0, \quad n = 2 \quad b) \ln \sqrt{x}, \quad a = 1, \quad n = 4$$

$$c) \tan x / x, \quad a = \pi/4, \quad n = 2 \quad d) e^{x+1}, \quad a = 1, \quad n = 3$$

8_ Encontre o desenvolvimento de Taylor das seguintes funções

$$a) \ln x \quad b) \cos x \quad c) \sin x \quad d) \frac{\sin x^4}{x^2}$$

$$e) e^{x^3} \quad f) \frac{1}{1-x^2} \quad g) \frac{\tan x^8}{x^2}$$

9 _ Ache uma série de potência cuja soma seja a função indicada no intervalo indicado e calcule a derivada indicada.

$$a) \ln(1-x), |x| < 1 \quad \ln^{(100)}(1) \quad b) e^x, x \in \mathbb{R}$$

$$c) e^{-x^2}, x \in \mathbb{R} \quad d) x^5/(2-x), |x| < 2 \quad (x^5/(2-x))^{(20)}(0)$$

$$e) 1/(2-x^3), |x| < \sqrt[3]{2} \quad (1/(2-x^3))^{(23)}(0) \quad f) \sin x, x \in \mathbb{R} \quad (\sin)^{(n)}(0) \text{ sendo } n = \text{par}$$

$$g) \arctg x, |x| < 1 \quad (\arctg)^{(100)}(0) \quad h) x^2 \arctg x^4 \quad (x^2 \arctg x^4)^{(21)}(0)$$

10_ Calcular $\int_0^1 \frac{\sin x}{x} dx$ e $\int_0^1 e^{-x^2} dx$ (Sug. integrar termo a termo a serie de potencias).