

3ª Lista , EDO

Professor: Sergio Licanic

1_ Determine os três primeiros termos da expansão em série de potências da solução dos seguintes PVI:

$$\begin{array}{lll}
 a) \begin{cases} y'' - 2xy' + x^2y = 0, \\ y(0) = 1; y'(0) = 1 \end{cases} & b) \begin{cases} y'' + xy - x = 0 \\ y(1) = 1; y'(1) = 3 \end{cases} & c) \begin{cases} y'' - xy = 0 \\ y(1) = 2; y'(1) = 1 \end{cases} \\
 d) \begin{cases} y'' - xy' - y = 0, \\ y(0) = 1; y'(0) = 0 \end{cases} & e) \begin{cases} y'' + x^2y' = 0 \\ y(0) = 1; y'(0) = 0 \end{cases} & f) \begin{cases} x^2y'' + xy' + x^2y = 0 \\ y(0) = 1; y'(0) = 1; \end{cases}
 \end{array}$$

2_ Usando o desenvolvimento da função indicada encontrar a solução do PVI em series de potencias.

$$\begin{array}{ll}
 a) \quad y'' + y \cos x = 0, \quad y(0) = 1, \quad y'(0) = 0 \quad \cos x = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{(-1)^k}{(2k)!} x^{2k} \\
 b) \quad xy'' + \sin x y = 0, \quad y(0) = 1, \quad y'(0) = 0 \quad \sin x = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{(-1)^k}{(2k+1)!} x^{2k+1}
 \end{array}$$

3_ Encontre os cinco primeiros termos da series de potências com centro no ponto x_0 dado da solução geral das seguintes edo.

$$\begin{array}{ll}
 a) \quad y'' + y = 0, \quad x_0 = 1, & b) \quad y'' + xy' + 2y = 0 \quad x_0 = 0 \\
 c) \quad (1 + x^2)y'' - 4xy' + y = 0, \quad x_0 = 0, & d) \quad xy'' + y' + xy = 0 \quad x_0 = 0
 \end{array}$$

4_ Determine se o ponto x_0 dado é ordinário, singular regular ou singular irregular.

$$\begin{array}{ll}
 a) \quad y'' + y' + xy = 0, \quad x_0 = 1, & b) \quad xy'' + (x^2 - 4x + 6)y' + (x - 4)^2y = 0 \quad x_0 = 0 \\
 c) \quad e^x y'' + \sin(x)y' + xy = 0, \quad x_0 = 0, & d) \quad (x - 1)y'' + y' + (x - 1)y = 0 \quad x_0 = 1
 \end{array}$$

5_ O ponto $x_0 = 0$ é um ponto singular regular da edo indicada. Use o metodo de Frobenius para obter uma solução em series de potencias com centro zero.

$$a) \quad xy'' + 2y' - xy = 0; \quad b) \quad x^2y'' + xy' + (x^2 - \frac{1}{4})y = 0; \quad c) \quad xy'' - xy' + y = 0; \quad d) \quad 2x^2y'' - xy' + (1 + x)y = 0.$$

6_ Usando series de potências encontre a solução geral da equação diferencial dada.

$$\begin{array}{lll}
 a) \quad y' - 6y = 0; & b) \quad y'' - xy' + 2y = 0; & c) \quad (1 + x^2)y'' + xy' - y = 0 \\
 d) \quad y'' - xy = 0; & e) \quad y'' + 3xy' + 3y = 0; & f) \quad y'' + y = 0.
 \end{array}$$

7_ Usando series de potências encontre a solução ao PVI dado.

$$\begin{array}{ll}
 a) \quad x^2y'' + xy' + x^2y = 0 \quad y(0) = 1, \quad y'(0) = 0 \quad (\text{Função de Bessel de ordem } 0) . \\
 b) \quad y'' - 2xy + 2ny = 0, \quad n \in \mathbb{N} \quad (\text{Equação de Hermite})
 \end{array}$$