6^a Lista , EDO

Professor: Sergio Licanic

Lembrar: Seja $I \subset \mathbb{R}$ um intervalo.
a) Um sistema de equações da forma

$$\begin{cases} \frac{dx_1}{dt} & = \sum_{k=0}^{n} a_{1,k}(t)x_k(t) + g_1(t) \\ \vdots & \qquad \vdots \\ \frac{dx_n}{dt} & = \sum_{k=0}^{n} a_{n,k}(t)x_k(t) + g_n(t), \quad t \in I \end{cases}$$

com não todas as g_i identicamente nulas é chamado um sistema de equações diferenciais linear de primer ordem não homogêneo.

1_ Nos seguintes sistemas não homogêneos de equações diferenciais lineares use o método dos coeficientes indeterminados para encontrar uma solução.

$$a) \begin{cases} \frac{dx_1}{dt} = 2x_1 + 3x_2 - 7t, \\ \frac{dx_2}{dt} = -x_1 - 2x_2 + 5t \end{cases} \quad b) \begin{cases} \frac{dx_1}{dt} = x_2 \\ \frac{dx_2}{dt} = -x_1 + t^2 \end{cases} \quad c) \begin{cases} \frac{dx_1}{dt} = x_1 - 4x_2 + 4t + 9 \\ \frac{dx_2}{dt} = 4x_1 5x_2 + 1 \end{cases}$$

$$d) \begin{cases} \frac{dx_1}{dt} = 2x_1 + 3x_2 - 7t, \\ \frac{dx_2}{dt} = -x_1 - 2x_2 + 5t \end{cases} \quad e) \begin{cases} \frac{dx_1}{dt} = x_2 \\ \frac{dx_2}{dt} = -x_1 + sect\ tangt \end{cases} \quad f) \begin{cases} \frac{dx_1}{dt} = x_1 - 4x_2 + 4t + 9e^{6t} \\ \frac{dx_2}{dt} = 4x_1 5x_2 + e^{6t} \end{cases}$$

2_ Nos seguintes sistemas não homogêneos de equações diferenciais lineares use o método da variação de parâmetros para encontrar uma solução.

$$a) \begin{cases} \frac{dx_1}{dt} = x_1 + x_2 + e^t, \\ \frac{dx_2}{dt} = x_1 + x_2 + e^{2t} \\ \frac{dx_3}{dt} = x_3 + te^{3t} \end{cases} \quad b) \begin{cases} \frac{dx_1}{dt} = 3x_1 - x_2 - x_3 \\ \frac{dx_2}{dt} = x_1 + x_2 - x_3 + t \\ \frac{dx_3}{dt} = x_1 - x_2 + x_3 + 2e^t \end{cases} \quad c) \begin{cases} \frac{dx_1}{dt} = 2x_1 - 2x_2 + e^t/t \\ \frac{dx_2}{dt} = 8x_1 5 - 6x_2 + 3e^t/t \end{cases}$$

3_ Considere o sistema linear $X' = AX$ sendo

$$A = \begin{pmatrix} 5 & 3 & 3 \\ 3 & 5 & 3 \\ -5 & -5 & -3 \end{pmatrix}$$

e sabe-se que $\lambda = 2$ é um autovalor de multiplicidade dois. Encontre duas soluções diferentes do sistema que correspondam a este autovalor.

4_ Seja o sistema linear $X' = AX$ de duas e.d.o. sendo A uma matriz com coeficientes reais. Qual será a solução geral do sistema, se for sabido que $\lambda_1 = 1 + 2i$ é um autovalor e $K_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ i \end{pmatrix}$ é um autovetor correspondente?

5_ Calcule e^{At} e encontre a solução de $X' = AX$ sendo

a) $A = \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}$ b) $A = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 3 & 1 \end{pmatrix}$ c) $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 1 & 2 & 0 \\ 1 & 0 & -1 \end{pmatrix}$ d) $A = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 \\ 3 & 4 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 3 \end{pmatrix}$

6_ Calcule $arcotang(A)$, $sen(A)$, $cos(A)$, sendo A as matrizes do exercíço **5**.