uff Universidade Federal Fluminense
EGM - Instituto de Matemática
GMA - Departamento de Matemática Aplicada

Cálculo III – A –
LISTA 3 - 2007-1
Integral dupla: miscelânea.

1. Inverta a ordem de integração: $\displaystyle\int_0^4 \int_{\sqrt{80-y^2}}^{5+\sqrt{25-y^2}} f(x,y)\, dx\, dy$

   Calcule as integrais dos exercícios 2. a 6.

2. $\displaystyle\int_0^1 \int_0^1 |x-y|\, dx\, dy$

3. $\displaystyle\iint_R \frac{e^{\frac{x}{\sqrt{y}}}}{y^2} dx\, dy$, onde R é o retângulo de vértices $(0,1)$; $(1,1)$; $(1,1/4)$; $(0,1/4)$.

4. $\displaystyle\int_0^2 \int_{x^3}^8 x^2 \cos y^2\, dy\, dx$

5. $\displaystyle\iint_R e^{-x^2-y^2}\, dx\, dy$, $R = \left\{(x,y) \in \mathbb{R}^2; 1 \leq x^2+y^2 \leq 4\right\}$.

6. $\displaystyle\iint_R (y+x)\sqrt{y-2x}\, dxdy$, R é o paralelogramo limitado por $y=2x$, $y=2x+2$, $y=1-x$, $y=2-x$.

7. Exprima $\displaystyle\int_0^{\pi/4} \int_{\sec\theta}^{2\cos\theta} \frac{r^2}{1+r\,\mathrm{sen}\,\theta}\, dr\, d\theta$ como uma integral iterada em coordenadas retangulares.

8. Se $R = \{(x,y);\ |x|+|y| \leq 1\}$, obtenha a mudança de variáveis que torna válida a igualdade:

$$\iint_R f(x-y)\, dx\, dy = \int_{-1}^1 f(t)\, dt$$

9. Calcule o volume do sólido contido no primeiro octante, limitado pelo cone $z=r$ e pelo cilindro $r = 3\,\mathrm{sen}\,\theta$.

10. Calcule o volume do sólido limitado pelas superfícies de equações $z=-1$, $z=x^2+y^2$, $y=x^2$, $y=1$.

11. Calcule o volume do sólido abaixo do plano $z=4x$ e acima do disco $\left\{(x,y,z); z=0,\ x^2+y^2 \leq 16\right\}$.

12. Determine a área da região delimitada pela lemniscata $\left(\dfrac{x^2}{4}+\dfrac{y^2}{9}\right)^2 = \dfrac{x^2}{4}-\dfrac{y^2}{9}$.

13. Encontre o centro de massa da lâmina que tem o formato das regiões limitadas pelas curvas de equações $|x| = y^2$ e $2|x| = y^2+4$ e tem densidade proporcional à distância de (x,y) à reta $x=4$.

14. Encontre o centróide da lâmina $L = \left\{(x,y) \in \mathbb{R}^2;\ 2 \leq x^2+y^2 \leq 4,\ y \geq 1\right\}$.

RESPOSTAS DA LISTA 3

1. $\displaystyle\int_8^{4\sqrt{5}} \int_{\sqrt{80-x^2}}^{\sqrt{10x-x^2}} f(x,y)\, dy\, dx + \int_{4\sqrt{5}}^{10} \int_0^{\sqrt{10x-x^2}} f(x,y)\, dy\, dx$

2. $\dfrac{1}{3}$ 3. $2\left(e^2-e-1\right)$ 4. $\dfrac{\mathrm{sen}\,(64)}{6}$ 5. $\pi\left(e^{-1}-e^{-4}\right)$ 6. $\dfrac{2\sqrt{2}}{3}$

7. $\displaystyle\int_1^2 \int_0^{\sqrt{2x-x^2}} \frac{\sqrt{x^2+y^2}}{1+y}\, dy\, dx$ ou $\displaystyle\int_0^1 \int_1^{1+\sqrt{1-y^2}} \frac{\sqrt{x^2+y^2}}{1+y}\, dx\, dy$ 8. $T(x,y) = (s,t) = (x+y, x-y)$

9. 6 10. $\dfrac{76}{35}$ 11. $\dfrac{512}{3}$ 12. 6 13. $\left(-\dfrac{4}{5}, 0\right)$ 14. $\dfrac{12\sqrt{3}-2}{5\pi+6-6\sqrt{3}}$