UNIVERSIDADE FEDERAL FLUMINENSE
INSTITUTO DE MATEMÁTICA E ESTATÍSTICA
DEPARTAMENTO DE ANÁLISE
Disciplina: Complementos de Matemática Aplicada - Sistemas de Informação
Lista de exercícios 4
Professor: Bruno Santiago

Questão 1. *O guepardo é um dos animais mais rápidos da natureza. Devido a sua anatomia privilegiada ele consegue manter uma aceleração constante que o faz ir de zero a 108Km/h em apenas 3 segundos. No entanto, ao atingir essa velocidade máxima ele sempre tem que desacelerar até atingir a metade dessa velocidade, de modo a evitar superaquecimento dos órgãos. Suponha que um guepardo aviste uma gazela a 50m de distância correndo a uma velocidade constante, igual a metade da velocidade máxima que o guepardo consegue atingir. Após quanto tempo o guepardo encontra a gazela?* ***Dica:*** *Suponha em seu modelo que toda aceleração/desaceleração do guepardo tem sempre o mesmo valor absoluto, e que quando precisar desacelerar o guepardo consegue fazer isso instantaneamente.*

Questão 2. *Considere a função* $f(x) = x^7 - 5x + 1$*. Esboçe o gráfico de* f *e aplique esse conhecimento para determinar quantas soluções a equação*

$$x^7 - 5x + 1 = 0$$

possui. Em seguida, use o método de Newton e calcule com uma precisão de 10^{-4} *todas as raízes da equação.*

1. Aplicação da derivada: fluxo de água num reservatório

Nesta seção vamos discutir a situação hipotética de uma indústria química que trabalha com um grande reservatório de água com capacidade de 80.000 litros. Todos os dias o reservatório precisa estar cheio antes de começar a produção e em vários momentos ao longo do dia é necessário interromper a produção para encher o reservatório, processo que usualmente leva em torno de 20 minutos. Para encher o reservatório uma bomba é usada para levar a água até uma torneira. A bomba sempre trabalha próxima de sua vazão máxima (que é de 80 litros por segundo), mas não consegue manter a vazão constante. Essa lista tem como objetivo explorar a aplicação do conceito de derivada ao seguinte problema: como controlar a vazão da bomba de forma a evitar que ela ultrapasse $80\ell/s$?

Como vimos na aula a ideia é utilizar um sensor para medir a altura da água no reservatório (que tem a forma de um cilindro) e com essa informação plotar o gráfico Volume x tempo. A derivada da função da função $V(t)$ é igual a vazão de água que sai da torneira. Assim, controlando o valor da derivada podemos certificar o bom funcionamento da bomba.

1.1. Questões.

Questão 3. *Suponha que ao plotar o gráfico vemos que* $V(t) = 15t^3 - 2t^2$*. Nesse caso, a vazão da bomba vai ultrapassar o limite de* $80\ell/s$ *antes de o tanque ficar cheio? Caso isso aconteça, vai ser depois de quantos minutos?*

Questão 4. *Suponha agora que a função que dá o volume de água no reservatório em cada segundo seja*

$$V(t) = \frac{40000 + 2t^2}{1 + t^{0.1}}.$$

Ignorando o limite da vazão, em quanto tempo o reservatório ficaria cheio nesse caso? O limite de vazão da bomba seria extrapolado antes de o reservatório ficar cheio? Dica: utilise o Método de Newton.

Questão 5. *Após alguns anos de funcionamento da indústria a engenheira responsável conseguiu comprar uma nova bomba, a qual ainda que deixe de funcionar se a vazão ultrapassar 80ℓ/s* ***consegue manter a vazão constante****. Um estagiário recém chegado não percebeu que ligou a bomba na vazão baixa de 50ℓ/s. No entanto a bomba nova não pode ficar ligada por mais de 20 minutos. Antes dos 20 minutos o estagiário se deu conta do descuido e mudou a vazão instantaneamente para o máximo de 80ℓ/s. No entanto isso não foi suficiente para encher o reservatório. Pelo menos quanto tempo o estagiário tem que ter levado para se dar conta?*

Questão 6. *Após o incidente com o estagiário, a engenheira responsável pela indústria comprou um sistema automatizado que funciona da seguinte maneira: a vazão começa em zero quando o tanque está vazio e aumenta até atingir a vazão máxima de 80ℓ/s. Quando isso acontece, a bomba se desliga automaticamente durante cinco segundos e a vazão volta a aumentar de novo até atingir o máximo, quando a bomba se desliga por cinco segundos. Esse processo continua até o tanque ficar cheio. Invente uma função* $V(t)$ *que descreva o volume do tanque ao longo tempo em acordo com o comportamento da nova bomba.*