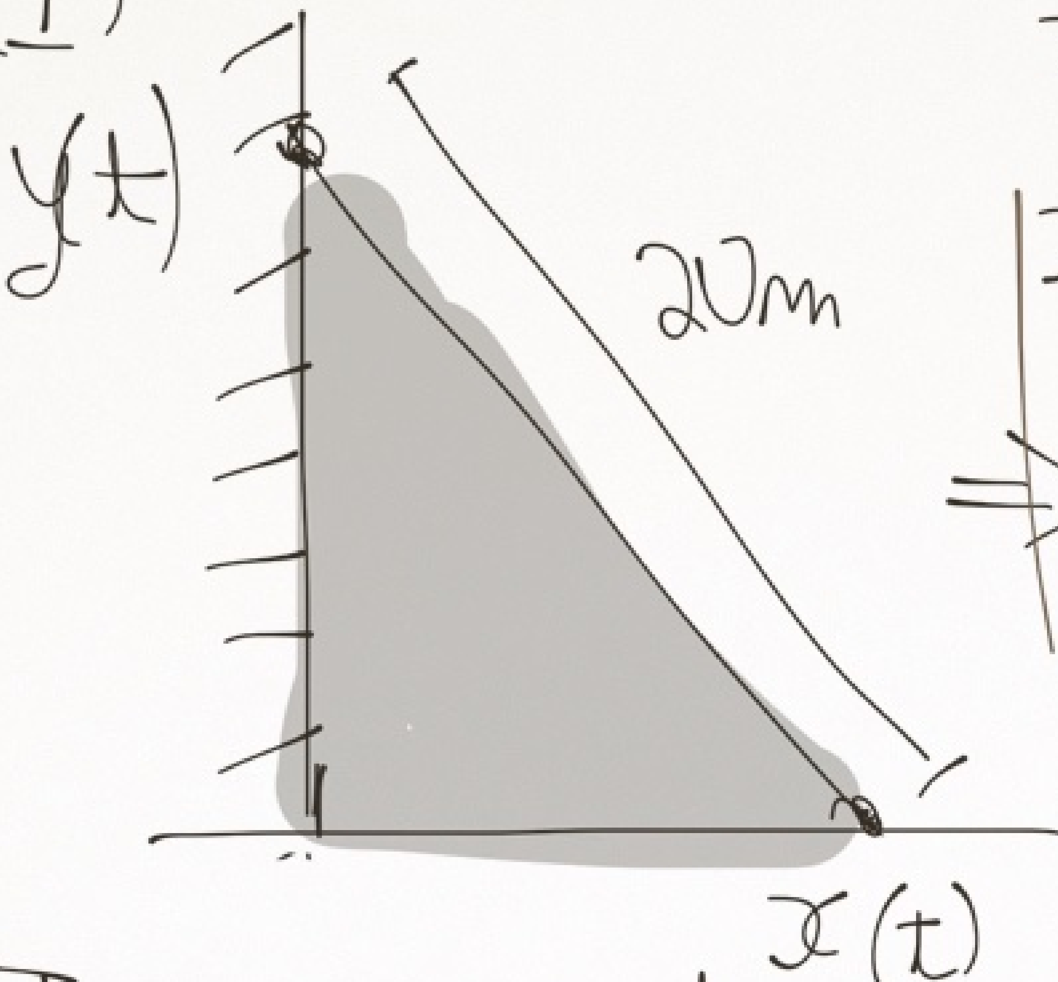
(1)



$x'(t) = 3$

$x(0) = 0$

$\Rightarrow \boxed{x(t) = 3t}$

Teorema de Pitágoras:

$$\boxed{x(t)^2 + y(t)^2 = 20^2}$$

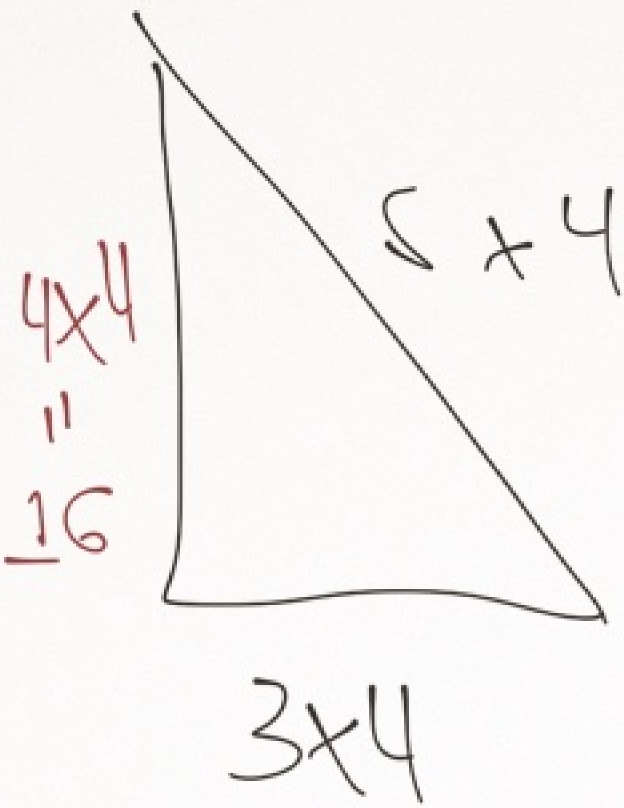
$$2x(t)x'(t) + 2y(t)y'(t) = 0$$

derivar em relação a t em ambos os lados

$$6x(t) + 2y(t)y'(t) = 0$$

$$\Rightarrow 2y(t)y(t) = -6x(t) \Rightarrow \boxed{y'(t) = -\frac{3x(t)}{y(t)}}$$

Quando $t = 4s$, $x(t) = 3 \times 4 = \underline{12}$



$\Rightarrow y(4) = \underline{16}$

$$y'(4) = -\frac{3 \times 12}{16}$$

$$= -\frac{9}{4}$$

Obs: $\varphi(t) = x(t)^2$

$\psi(t) = t^2$

$$\Rightarrow \varphi(t) = \psi(x(t))$$

$$= (\psi \circ x)(t)$$

Regra da cadeia:

$$\varphi'(t) = \psi'(x(t))\, x'(t)$$

Neste caso particular

$$\psi'(t) = 2t$$

$$\Rightarrow \psi'(x(t)) = 2x(t)$$

Portanto

$$\varphi'(t) = 2x(t)\, x'(t).$$

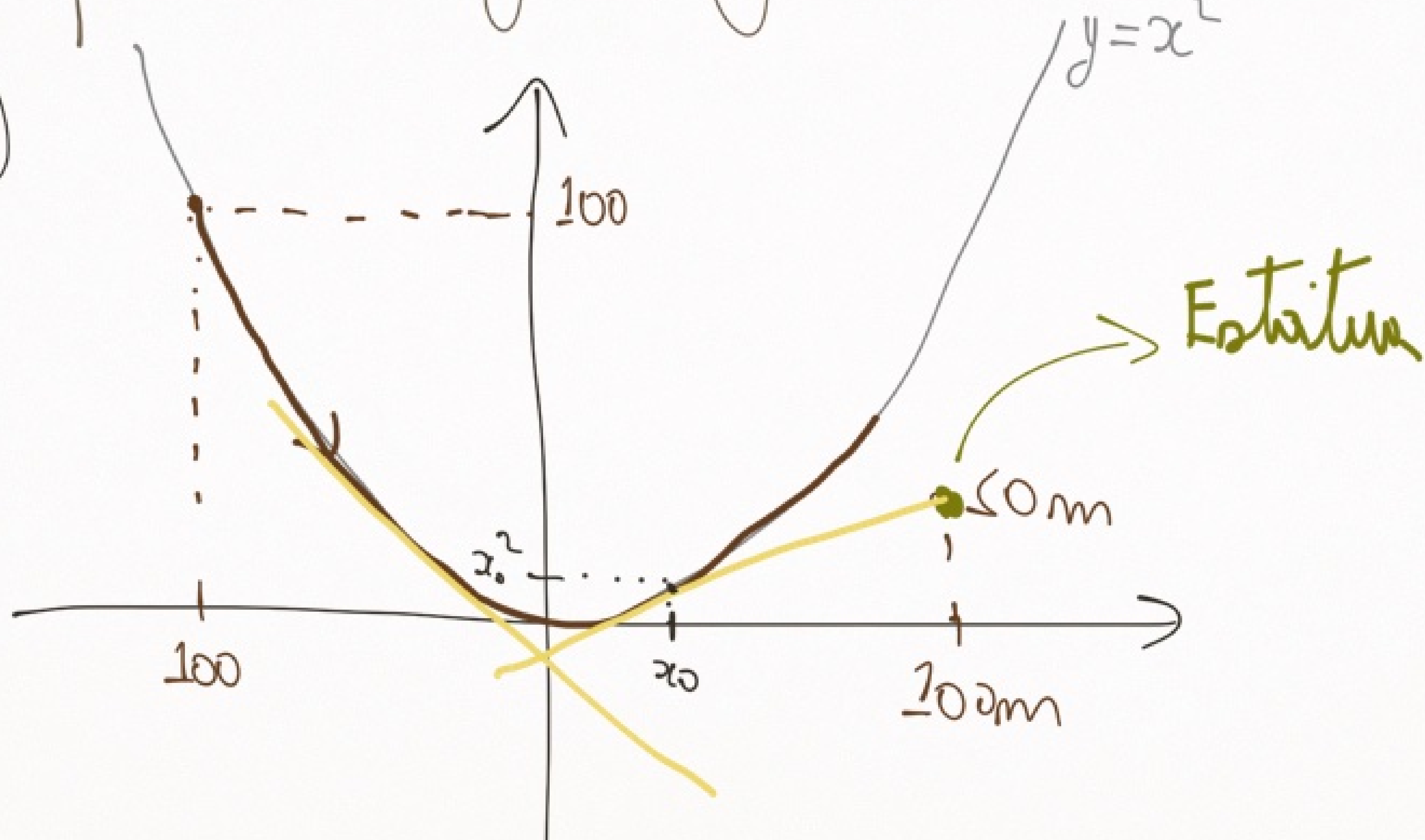
Similarmente, a

$$\beta(t) = y(t)^2$$

então

$$\beta'(t) = 2y(t)y'(t)$$

(2)



O problema se traduz matematicamente:

"Para qual valor de x, a reta tangente ao gráfico de $y = x^2$ passa pelo ponto $(100, 50)$?"

Para isso, vamos escrever a eq da reta tangente ao gráfico em função de x:

$$f(x) = x^2 \Rightarrow f'(x) = 2x$$

$\Rightarrow r(t)$ é a reta tangente ao gráfico de f em x então o coeficiente angular da r é $2x$. Logo

$$r(t) = 2xt + b$$

Por outro lado, como $r(t)$ é tangente ao gráfico em x

$$r(x) = f(x)$$

$$\Rightarrow 2x \cdot x + b = x^2$$

$$\Rightarrow 2x^2 + b = x^2$$

$$\Rightarrow \boxed{b = -x^2}$$

Logo!

$$r(t) = 2xt - x^2$$

P: Para qual valor de x, $r(t)$ passa pelo ponto $(100, 50)$?

Se $r(t)$ passa por $(100, 50)$ então

$$r(100) = 50$$

$$\Rightarrow 2x \times 100 - x^2 = 50$$

$$200x - x^2 = 50$$

$$\Rightarrow x^2 - 200x + 50 = 0$$

$$x = \frac{200 \pm \sqrt{40000 - 200}}{2}$$

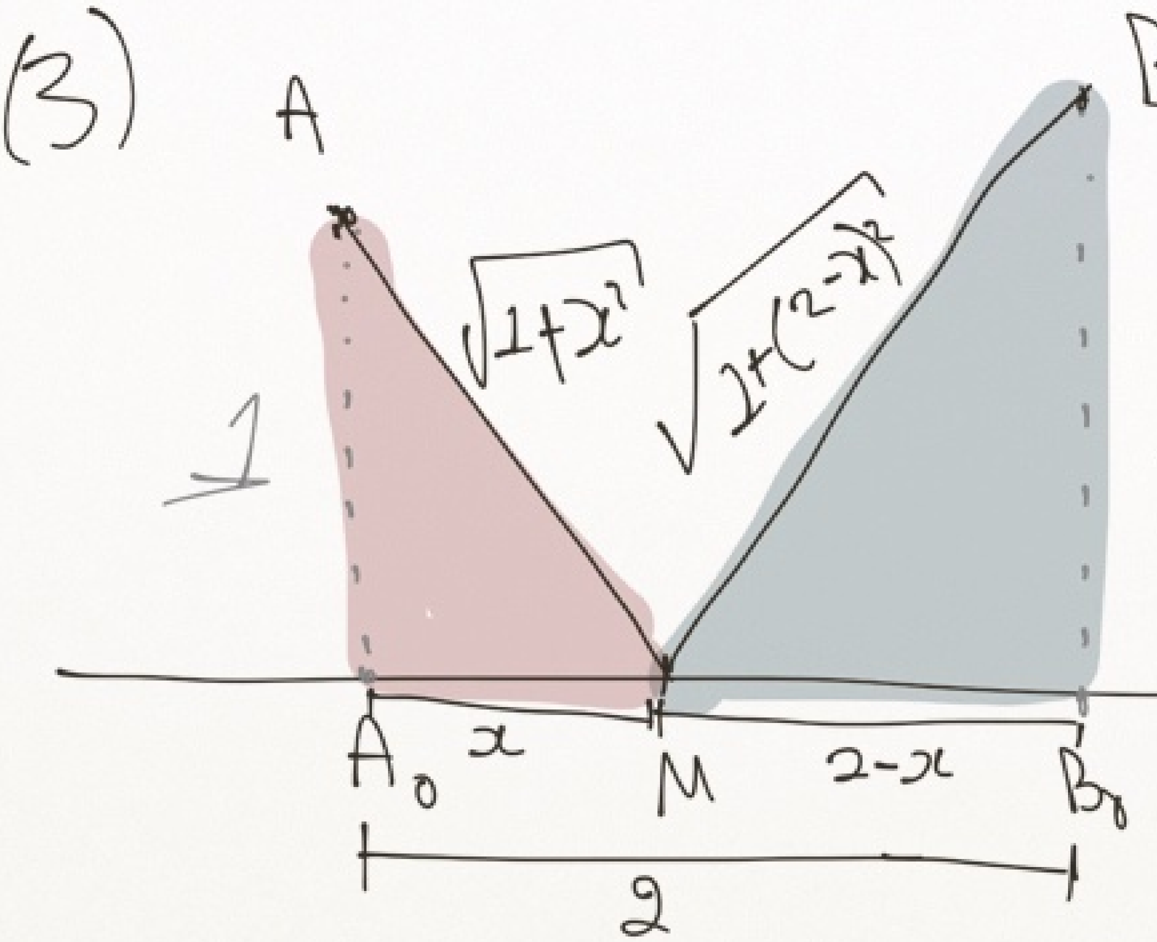
Como $x \in (0, 100)$, a solução deve ser

$$x = \frac{200 - \sqrt{39800}}{2}$$

$1^2 + x^2 = AM^2$

$\Rightarrow AM = \sqrt{1+x^2}$

(3)



$\Rightarrow$ Teremos minimizar a função

$$f(x) = \sqrt{1+x^2} + \sqrt{1+(2-x)^2}$$

$$y(x) = 2 - x \qquad \varphi(x) = y(x)^2$$

$$\Rightarrow \varphi'(x) = 2y(x)y'(x)$$

$$\Rightarrow y'(x) = -1 \qquad = -2y(x)$$

$$f(x) = \sqrt{1+x^2} + \sqrt{1+y^2}$$

$$f(x) = \underbrace{(1+x^2)^{1/2}} + (1-y^2)^{1/2}$$

$$f'(x) = \frac{1}{\cancel{2}}(1+x^2)^{\frac{1}{2}-1} \times \cancel{2}x + \frac{1}{\cancel{2}}(1-y^2)^{\frac{1}{2}-1} \times (-\cancel{2}y)$$

$$= \frac{x}{\sqrt{1+x^2}} - \frac{y}{\sqrt{1+y^2}}.$$

Vamos determinar os pontos críticos de f:

$$f'(x) = 0 \Leftrightarrow$$

$$\frac{x}{\sqrt{1+x^2}} - \frac{y}{\sqrt{1+y^2}} = 0$$

$$\Rightarrow \frac{x}{\sqrt{1+x^2}} = \frac{y}{\sqrt{1+y^2}}$$

$$\Rightarrow \frac{x^2}{1+x^2} = \frac{y^2}{1+y^2} \Rightarrow x^2(1+y^2) = y^2(1+x^2)$$

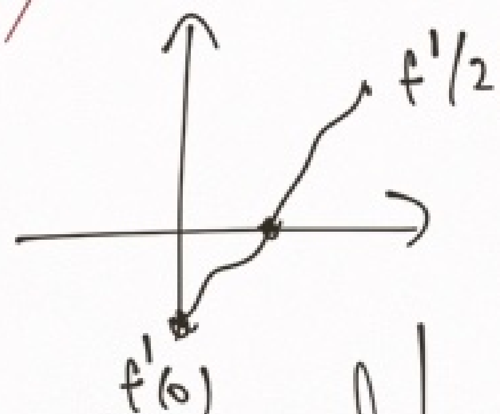
$$x^2 + \cancel{x^2y^2} = y^2 + \cancel{y^2x^2}$$

$$x^2 = y^2 = (2-x)^2$$

$$\cancel{x^2} = 4 - 4x + \cancel{x^2}$$

$$\boxed{x = 1}$$

↳ mínimo global!



· f possui apenas um pt crítico

· $f'(0) = 0 - \dfrac{2}{\sqrt{1+4}} = \dfrac{-2}{\sqrt{5}}$, $f'(2) = \dfrac{2}{\sqrt{5}} - 0 > 0$