

UNIVERSIDADE FEDERAL FLUMINENSE
INSTITUTO DE MATEMÁTICA E ESTATÍSTICA
DEPARTAMENTO DE ANÁLISE

Disciplina: Complementos de Matemática Aplicada - Biomedicina e Ciências Ambientais
Lista de exercícios 8
Professor: Bruno Santiago

Questão 1. *Matheus não resistiu à tentação da super promoção que oferecia o novo iPhone 11 por apenas 3500 reais, que deveriam ser pagos de uma única vez no mês seguinte. Ele estava num bom emprego, com um salário líquido de 6000 reais e ainda morava com os pais. No entanto, surgiu uma emergência e ele ficou com o orçamento muito apertado. Agora só pode comprometer, no máximo, 600 reais a cada mês para pagar essa dívida. Assim, ele decide pagar em cada mês a fatura mínima do cartão de crédito, a qual é sempre 15% da dívida. Sabendo-se que o cartão cobra juros de 15,2% ao mês sobre o saldo devedor, determine em quantos meses Matheus conseguirá quitar a dívida e quanto terá custado o celular novo ao final.*

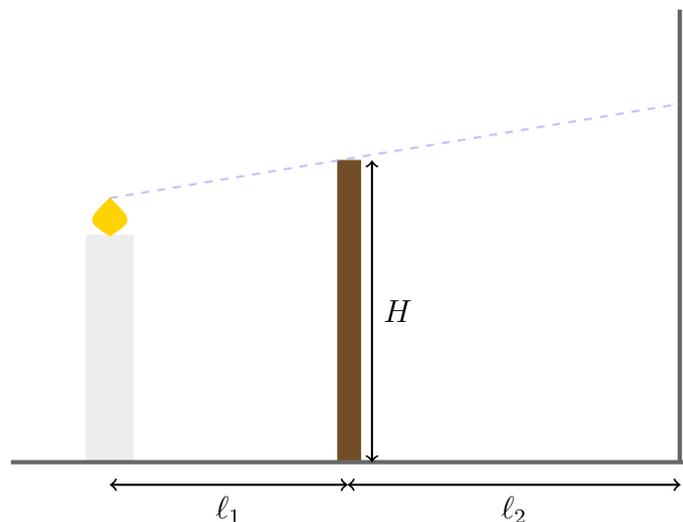
Questão 2. *Esboce o gráfico da função $f(x) = \log\left(\frac{x-1}{(x+1)^2}\right)$ definida no intervalo $(1, +\infty)$.*

Questão 3. *A equação logística é uma equação diferencial que modela o crescimento de populações. Segundo esse modelo, o crescimento da população é inicialmente exponencial mas é amortecido a medida que o tamanho da população aumenta, convergindo a um tamanho limite, que deve representar a capacidade do ecossistema. Considere uma função $p: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ satisfazendo à equação*

$$p'(t) = p(t)(1 - p(t)).$$

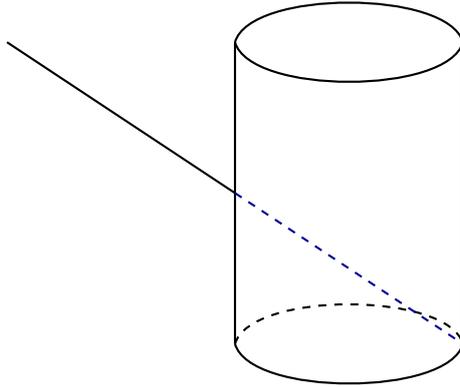
Suponha que $p(0) = 0.5$. Usando a equação diferencial, esboce qualitativamente o gráfico da função p , determinando os intervalos de crescimento/ decréscimo (se houverem), estude o sinal da derivada segunda e determine (caso haja) o ponto de inflexão.

Questão 4. *Uma vela está localizada a uma distância ℓ_1 de um bloco de madeira muito fino de altura H . O bloco está a uma distância ℓ_2 da parede. A vela queima de forma que a sua altura decresce a uma velocidade constante de 3 cm/h. Calcule a velocidade com a qual a sombra do bloco na parede aumenta, e*



verifique que essa velocidade não muda se mudarmos a altura do bloco.

Questão 5. O matemático Abel vai casar e está planejando uma festa inesquecível. Como o orçamento está baixo, Abel procurou (e encontrou!) um fornecedor de barris de chopp artesanal que cobra um preço que cabe no bolso. No entanto, o processo de produção é realmente artesanal: os barris tem formato cilíndrico de proporção (altura/raio) variada. O preço do barril é dado de uma forma engraçada: introduz-se uma vareta de metal pelo meio do barril até o fundo, como ilustrado na figura abaixo, e o preço é proporcional



ao comprimento da parte molhada da vareta (como ilustrado em azul na figura). Abel ficou positivamente desconfiado de que dessa forma, para um mesmo preço, haveriam formatos de maior e de menor volume, de forma que para um determinado preço haveria um formato com o maior volume dentre todos os formatos possíveis com aquele preço. Faça como Abel, e calcule a proporção altura/raio do barril que trará mais alegria na festa de casamento pelo mesmo preço.

Questão 6. Mais uma vez Matheus não resistiu à tentação da super promoção que oferecia o novo iPhone 20 por apenas 3500 reais, os quais deveriam ser pagos de uma única vez no mês seguinte. Agora casado, ele estava num bom emprego, com salário líquido de 10000 reais. No entanto, surgiu uma emergência e ele ficou com o orçamento muito apertado. Agora só pode comprometer, no máximo, 600 reais a cada mês para pagar essa dívida. No entanto, dessa vez ele não vai pagar a fatura mínima do cartão de crédito, ele vai se organizar financeiramente para quitar, a cada mês, 600 reais da dívida. Ainda assim o banco vai lhe cobrar juros de 14% ao mês. Determine em quantos meses a dívida será quitada e quanto terá custado o celular.