

UNIVERSIDADE FEDERAL FLUMINENSE  
INSTITUTO DE MATEMÁTICA E ESTATÍSTICA  
DEPARTAMENTO DE ANÁLISE

Disciplina: Complementos de Matemática Aplicada - Biomedicina e Ciências Ambientais 2022.I  
Primeira Avaliação

Professor: Bruno Santiago

**Escreva suas respostas apontando claramente todos os raciocínios que conduziram a solução, bem como todos os resultados e referências utilizadas. Cada questão vale 2 pontos.**

**Questão 1.** Considere a função  $f(x) = 11x^{11} - 2x^2 + 17$ . Esboce o gráfico de  $f$  e aplique esse conhecimento para determinar quantas soluções a equação

$$11x^{11} - 2x^2 + 17 = 0$$

possui. Em seguida, use o método de Newton e calcule com uma precisão de  $10^{-4}$  todas as raízes da equação.

**Questão 2.** Os animais passam uma boa parte do seu tempo procurando por comida. Por diversas razões, o tempo disponível para essa tarefa é limitado. Por exemplo, ao cair da noite o risco de virar comida de algum predador aumenta e a chance de encontrar comida diminui. Biologistas argumentam que a evolução tende a otimizar o comportamento animal selecionando aqueles indivíduos que são mais eficientes para encontrar comida. O objetivo deste problema é investigar e interpretar um modelo de busca optimal por comida. Nesse modelo, temos um parâmetro fixo  $\tau > 0$  que representa o tempo de deslocamento total (ida e volta) entre o ninho e a região onde está a comida e uma variável  $t > 0$  que representa o tempo efetivamente gasto procurando comida. A energia total ganha com a procura por comida será expressa por uma função  $f(t)$ . Suponha que essa função seja dada por

$$f(t) = \frac{mt}{k+t},$$

onde  $m > 0$  é um parâmetro fixo do problema. Dada a discussão acima é razoável assumir que os animais tentam maximizar a energia média ganha por unidade de tempo, que é dada por

$$R(t) = \frac{\text{Energia Total Ganha}}{\text{Tempo Total gasto com procura e deslocamento}}.$$

Esboce o gráfico da função  $R(t)$  e interprete o resultado dentro do modelo.

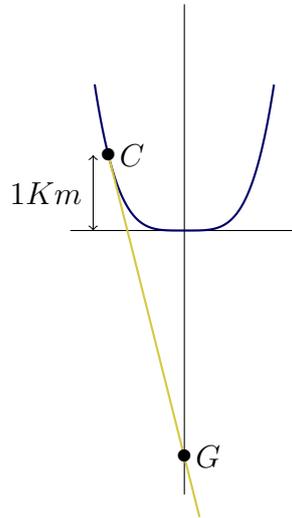
**Questão 3.** Considere equações polinomiais da forma  $x^7 - 5x + 1 = y$ . Para cada valor de  $y$  temos uma equação diferente, que pode ter nenhuma, uma ou mais de uma solução. Para qual intervalo de valores de  $y$  a equação  $x^7 - 5x + 1 = y$  possui o maior número possível de soluções?

**Questão 4.** Vamos modelar uma célula como uma esfera perfeita. Suponha que a taxa de absorção de nutrientes seja proporcional a área de superfície da esfera e que a taxa de consumo de nutrientes seja proporcional ao volume da esfera. Se a absorção for maior do que o consumo

a célula terá um excedente de nutrientes que será usado para crescimento. Calcule o raio da esfera (em função de parâmetros fixos) para o qual o excedente de nutrientes é máximo.

**Questão 5.** Um teste de laboratório põe dois robôs para uma competição de corrida numa pista. Há um robô R1 acelerado que se movimenta com aceleração variável e um robô R2 estável que se movimenta em velocidade constante de  $5\text{m/s}$ . Suponha que a aceleração do robô R1 ao longo do tempo seja dada pela função  $a(t) = 12t^2 + 2$  e que no instante  $t = 0$  a distância entre R1 e R2 na pista reta seja de  $20\text{m}$ . Se a velocidade de R1 em  $t = 0$  for  $10\text{m/s}$  em quanto tempo R1 alcança R2?

**Questão 6.** O retorno da rodovia BR777 tem o mesmo formato que o gráfico da função  $f(x) = x^4$ . Um carro se desloca por essa rodovia encontrando-se inicialmente a  $1\text{Km}$  em relação à linha imaginária tangente à pista em seu ponto de mínimo (doravante chamada de linha horizontal). Neste exato momento os faróis do carro iluminam um guepardo que estava parado exatamente da linha ortogonal à reta tangente à pista em seu ponto mínimo. Na figura, a



pista está representada em azul e os faróis do carro pela reta amarela, sempre tangente à pista. No momento em que os faróis iluminam o guepardo este parte em linha reta vertical sempre iluminado pelos faróis do carro e pula no carro no momento exato em que este chega no ponto mínimo da curva  $x^4$ . Calcule a distância entre o guepardo e o carro quando o carro estiver à  $500\text{m}$  da linha horizontal.