Universidade Federal Fluminense – UFF
Instituto de Matemática e Estatística – IME
P1 de Álgebra Linear – GAN00140
Professor: Jones Colombo

Aluno(a):____

09/10/2017

---

1. [22*pts*] Considere os vetores $v_1 = (6, 0, 6, 8)$, $v_2 = (-5, 1, -4, -7)$, $v_3 = (5, 2, -3, 7)$ e $v_4 = (3, 0, -7, 5)$ de $\mathbb{R}^4$.

   (a) [12pts] Verifique se o vetor $u \in \text{Span}\{v_1, v_2, v_3, v_4\}$ quando: (A) $u = (1, 1, 1, 1)$, (B) $u = (1, -3, -3, 3)$.

   (b) [10pts] Considere a matriz A onde as linhas são os vetores v_1, v_2, v_3 e v_4. Calcule $\det(A)$.

2. [26*pts*] Em cada item determine se a proposição é falsa ou verdadeira e justifique com uma demonstração ou um contra-exemplo.

   [06] a) O conjunto S dos vetores (x, y, z) de $\mathbb{R}^3$ tais que $x + ly + mz = 0$, com l, $m \neq 0$. Então S é um subespaço de $\mathbb{R}^3$.

   [06] b) Se $\{u, v, w\}$ são vetores LI então: $\{u + v - 2w, u - v - w, u + w\}$ é LI.

   [07] c) Os polinômios $p_1(x) = x - 1$, $p_2(x) = x^2 + 2x + 1$ e $p_3(x) = x^2 + x - 2$ formam uma base de P_2-conjunto dos polinômios de grau menor igual a 2.

   [07] d) Se $T : V \to V$ é um operador linear. Se $\lambda = 0$ é um autovalor de T então T não é invertível.

3. [26*pts*] a)[18pts] Resolva (por escalonamento) o sistema

$$\begin{cases} x + 2y - z + t &= 4 \\ 2x + z + t &= -1 \\ -x + 5y + z + 2t &= 0 \\ x + 3t &= 1 \end{cases}$$

   b) [8pts] Encontre a área do triângulo de vértices $(3, 3)$, $(4, 0)$ e $(-2, -1)$.

4. [26*pts*] (a) [13pts] Determine o operador T do $\mathbb{R}^2$ cuja matriz em relação à base $\beta = \{(1, 0), (-1, 1)\}$ é $\begin{bmatrix} -1 & 4 \\ 4 & -1 \end{bmatrix}$;

   (b) [13pts] Calcule o polinômio característico de T seus autovalores e determine uma base na qual a matriz de T é diagonal.

5. **Questão Extra** [$2,0$*pts*] Determine $S : \mathbb{R}^2 \mapsto \mathbb{R}^2$ que é uma reflexão em torno da reta determinada por $v = (-1, 3)$.

Boa Prova!!