

Nome(a):_____

06/12/2017

1. [24pts] Em cada item determine se a proposição é falsa ou verdadeira e justifique com uma demonstração ou um contra-exemplo.
[6] a) Se λ é um autovalor de T , e n é inteiro, então λ^n é um autovalor de T^n .
[6] b) Se $T : V \rightarrow V$ é um operador linear nilpotente não nulo, então T é diagonalizável.
[6] c) Se $S : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^n$ um operador linear tal que $S^2 = id$. Então seus únicos autovalores são 1 e -1 .
[6] d) Seja A uma matriz 2×2 . Então A e A^t tem os mesmos autovetores.
2. [26pts] Encontre o número de todas as matrizes 2×2 ortogonais da forma $\begin{bmatrix} \frac{1}{3} & x \\ y & z \end{bmatrix}$ e exibe-as.
3. [26pts] Considere a transformação linear $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^4$ dada por
$$T(x, y, z) = (x + y + z, x + y + 2z, x + 2y - 4z, x + 4y - 3z).$$

[6] a) Encontre uma base para $W = \text{Im}(T)$ (a imagem de T).
[8] b) Seja $v = (-10, 16, -1, 3)$. Encontre $u \in W$ que esta a menor distância de v .
[6] c) Resolva o sistema $T(x, y, z) = u$.
[6] d) Se $v' = (x, y, z, t) \in \mathbb{R}^4$. Calcule $\text{Proj}_W v'$.
4. [24pts] Identifique a quádrlica abaixo e determine as direções de seus eixos

$$2x^2 - 4xy + 5y^2 + 4x - 16y + 13 = 0.$$

Boa Prova!!!