Universidade Federal Fluminense – UFF
Instituto de Matemática e Estatística
Professor: Jones Colombo
VR de Álgebra Linear - GAN00140

Nome(a):____

13/12/2017

1. $[1,8pts]$ Resolva (por escalonamento) o sistema e depois olhando a matriz escalonada reduzida diga se o sistema é possível ou impossível, determinado ou indeterminado. Se solução for infinita qual a dimensão da mesma, nesta situação expresse a solução na forma paramétrica.

$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 - 3x_3 - 2x_4 + 4x_5 &= 1 \\ 2x_1 + 5x_2 - 8x_3 - x_4 + 6x_5 &= 4 \\ x_1 + 4x_2 - 7x_3 + 5x_4 + 2x_5 &= 8 \end{cases}$$

2. $[2,4pts]$ Em cada item faça o que se pede ou, se for uma afirmação, verifique se é falsa ou verdadeira e justifique com uma demonstração ou um contra-exemplo.

   a) Determine $L : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$ linear tal que $L(1,1) = (7,12)$ e $L(-1,1) = (3,4)$.

   b) Determine a reflexão $S : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$ em torno da reta $y = -2x$.

   c) Se A e B são matrizes semelhantes, então $f(A)$ e $f(B)$ serão matrizes semelhantes qualquer que seja o polinômio $f(x)$.

   d) Se P e Q são matrizes ortogonais, então PQ também o é.

3. $[1,8pts]$ Considere $V = M_2$ o espaço vetorial das matrizes 2×2. Considere $W_1 = \left\{ \begin{bmatrix} a & b \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \; a,b \in \mathbb{R} \right\}$ e $W_2 = \left\{ \begin{bmatrix} a & b \\ c & 0 \end{bmatrix} \; a,b,c \in \mathbb{R} \right\}$.

   (a) Prove que W_1 é um subespaço vetorial de V.

   (b) Admita que W_2 é um subespaço vetorial e exiba uma base para $W_1 + W_2$ e para $W_1 \cap W_2$.

4. $[2,0pts]$ Considere o espaço vetorial $\mathcal{P}(t)$ dos polinômios munido do produto interno $\langle f,g \rangle = \int_{-1}^{1} f(t)g(t)dt$. Encontre a projeção ortogonal de $h(t) = 6t^2 - 4t + 3$ sobre o subespaço vetorial W gerado pelos polinômios $f_1(t) = 1$, $f_2(t) = t$, $f_3(t) = t^2$.

5. $[2,0pts]$ Identifique a quádrica abaixo e determine as direções de seus eixos

$$x^2 + 8xy + 14x - 5y^2 - 28y - 36 = 0.$$

Boa Prova!!!